

Mathematik in Bildern

Albert A. Gächter. 6987 Caslano, mefi@bluewin.ch

1 Pinsel und Zirkel

Wenn ich wüsste, was Kunst ist, würde ich es für mich behalten. (Pablo Picasso)

Die Mathematik ist bekanntlich die Wissenschaft von den Mustern. Es gilt, Muster zu schaffen, zu entdecken oder zu erkunden. Dabei lässt man sich oft von ästhetischen Aspekten leiten.

Die Kunst ist ein kompliziertes Phänomen (Wassily Kandinsky). Sie zu definieren ist fast unmöglich. Man muss sie selber sehen und fühlen. Kunst dient der Erbauung und der Bildung.

Henri Poincaré, der letzte Universalist, schrieb einmal: *It is only through science and art that civilisation is of value.* Es macht daher Sinn, die Verwobenheit von Mathematik und Kunst vermehrt im Unterricht deutlich zu machen.

Hier stelle ich einen Künstler vor, der in Europa fast unbekannt ist. Obwohl in Sachen Mathematik ein Amateur im wahrsten Sinn des Wortes, lassen sich seine eigenen Entdeckungen sehen. Die Rede ist von Crockett Johnson (1906 – 1975), einem amerikanischen Maler und Kinderbuchautor. Die Karriere des Crockett Johnson (CJ) erfuhr 1965 eine eigenartige Wendung. Mit grosser Leidenschaft begann er, berühmte Sätze aus der Mathematik in Bilder umzusetzen. Zwei Jahre später wurden 30 Werke in einer New Yorker Galerie ausgestellt. Seit 1967 beschäftigte er sich mit den klassischen unlösbaren Problemen der Antike: Würfelverdoppelung, Winkeldreiteilung, Kreisquadratur und Konstruktion des regelmässigen Siebenecks. Er wusste, dass Zirkel und Lineal allein nicht ausreichen, um diese vier Probleme geometrisch exakt zu lösen. Dutzende von Bildern zeugen von seiner Liebe zu diesen wohl berühmtesten Konstruktionsaufgaben.

Besonders stolz war Johnson auf seine Entdeckung einer Einschiebekonstruktion für das Siebeneck und die guten Näherungen für die Kreisquadratur. Er schrieb: *Much of my more recent work derives from my own investigation and discovery.*

Der grosse Teil seiner gegen 120 Werke kann im *National Museum of American History* in Washington bewundert werden. Der Rest ist in Privatbesitz oder verschollen.

80 Bilder mit kurzer Beschreibung und in guter Qualität finden sich im Internet unter

<http://americanhistory.si.edu/collections/object-groups/mathematical-paintings-of-crockett-johnson>

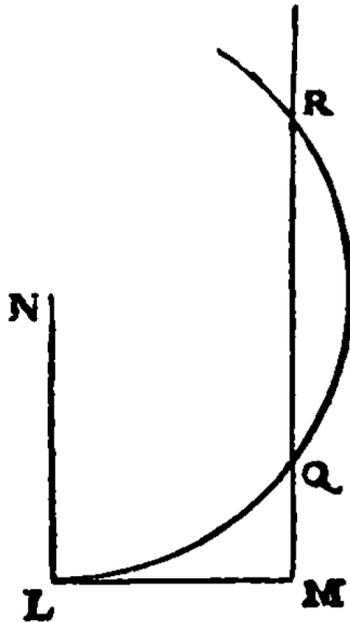
An Hand seines Werkes könnte gymnasiale Mathematik weitgehend illustriert werden. Ein einziges ausgewähltes Beispiel soll zeigen, wie seine Bilder als Startpunkte, Begleitobjekte oder zur Repetition nützlich sein können. Mit dem Werk von Künstlern ein Stück Mathematik zu lernen, steigert die Motivation und hilft, Berührungspunkte abzubauen.

Selbstverständlich eignen sich die Bilder auch für Fach- oder Maturaarbeiten.

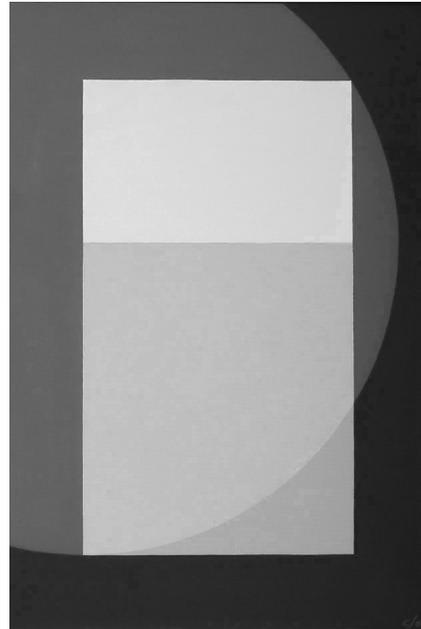
Und: Eigene Bilder zu mathematischen Themen zu malen, fördert die Kreativität, macht Freude und kann als Hinweis dazu dienen, ein Stück Mathematik wirklich verstanden zu haben.

2 Simple Equation

Die Nr. 24 aus der Bildersammlung von Crockett Johnson trägt den Titel *Simple Equation*. Das im Original farbige Bild kommt recht unscheinbar daher und kann seinen Ursprung im Werk von Descartes *Geometrie* [1] nicht verleugnen:



Descartes 1637



Simple Equation, CJ 1966, Nr. 24

Blenden wir daher zurück ins 17. Jh., wo die Algebra immer stärker an Boden gewinnt und zur neuen Königin der Mathematik aufsteigt.

Descartes (1596 – 1650) wählt die Geometrie als Basis für die Lösung algebraischer Probleme. Um zum Beispiel die Gleichung der Form $x^2 = ax - b^2$ zu lösen, konstruiert er eine passende unbekannte Strecke x . Er schreibt im Ersten Buch:

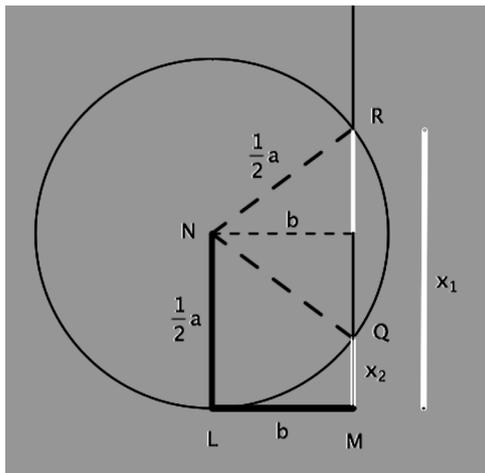
Habe ich endlich $x^2 = ax - b^2$, so mache ich NL gleich $\frac{1}{2}a$ und LM gleich b ; dann ziehe ich, statt die Punkte MN zu verbinden, MQR parallel mit LN und beschreibe um N als Mittelpunkt einen durch L gehenden Kreis, der MQR in den Punkten Q und R schneidet; die gesuchte Linie x ist MQ oder MR , denn in diesem Falle entsprechen ihr zwei verschiedene Ausdrücke, nämlich

$$x_1 = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}.$$

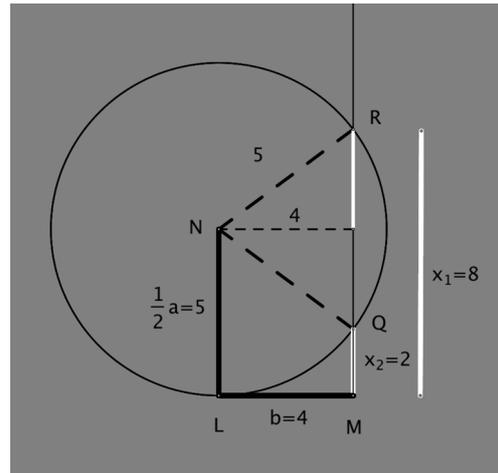
Und wenn der Kreis mit dem Mittelpunkt N , der durch den Punkt L hindurchgeht, die gerade Linie MQR weder schneidet noch berührt, so hat die Gleichung keine Wurzel, so dass man versichern kann, die Konstruktion des Problems sei unmöglich.

Meine Rekonstruktion zeigt, wie die beiden Lösungen graphisch entstehen. Die Anzahl Lösungen ergibt sich sehr anschaulich aus dem Vergleich der beiden Quadrate $\frac{1}{4}a^2$ und b^2 . Sind beide gleich gross, liegt eine Doppellösung vor, da die beiden Schnittpunkte zusammenfallen.

Das helle Rechteck im Bild von Crockett Johnson ist ein goldenes Rechteck (künstlerische Freiheit). Wie muss eine Gleichung des Typs $x^2 = ax - b^2$ beschaffen sein, damit ein solches Rechteck entsteht? Wie löst Descartes Gleichungen vom Typ $x^2 = ax + b^2$? Siehe [3].



Rekonstruktion



Beispiel $x^2 = 10x - 16$

Sie möchten mehr erfahren?

Mein Buch *Pinsel und Zirkel* [2] enthält neun ausgearbeitete Beispiele von Bildern, welche Crockett Johnson gemalt hat. Es enthält über 100 neuartige Aufgaben mit Lösungen.

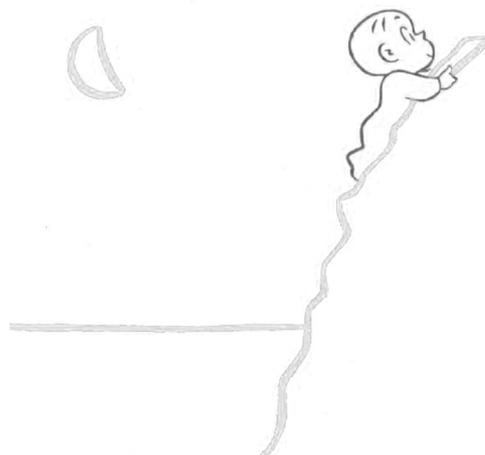
Weitere Beispiele und die Streckenrechnung von Descartes finden sich im Buch *7 Zahnstocher* [3].

Bestellungen mittels E-Mail an mefi@bluewin.ch.

Für Leser und Leserinnen des Bulletins offeriere ich die Bücher zu je 20 Franken inkl. Porto bei Bezahlung mit E-Banking (Selbstkostenpreis 29.80!).

Informationen über den Inhalt der Bücher auf www.didamath.com.

Crockett Johnson schreibt in seiner erfolgreichen Kinderbuchreihe mit dem Titelhelden Harold: *Harold knew that the higher up he went, the farther he could see*. Dem ist nichts beizufügen.



3 Literatur

- [1] Descartes R.: *Geometrie*, Darmstadt, 1969.
- [2] Gächter A.: *Pinsel und Zirkel*, mefi-Verlag, 2013.
- [3] Gächter A.: *7 Zahnstocher*, mefi-Verlag, 2013.