

Mehr Mathematik!

Ein Plädoyer für mehr Mathematik an den Schweizer Gymnasien.

Roman Meier, Realgymnasium Rämibühl Zürich und Aargauische Maturitätsschule für Erwachsene, Aarau.
meier_roman@hispeed.ch.

Mehr Mathematik – wer von uns würde diese Forderung nicht unterschreiben? Mehr Lektionen, mehr Gewicht; zum Beispiel könnte man sich überlegen, die Mathematiknote bei den Promotionen wieder doppelt zu zählen, wie das ja üblich war und aktuell wieder diskutiert wird. Doch solcherlei zu fordern ist hier nicht meine Absicht. Natürlich unterstütze ich Forderungen nach mehr Mathematikunterricht – doch in diesem Artikel geht es um etwas ganz anderes: Dies ist ein Plädoyer für mehr Mathematik im Mathematikunterricht an den Gymnasien.

Wie komme ich dazu, mehr Mathematik im Mathematikunterricht zu fordern? – Und, noch wichtiger: Was meine ich mit damit? Was machen wir denn sonst im Mathematikunterricht, wenn nicht Mathematik? Ich werde zunächst anhand eines Beispiels aufzeigen, was ich mit der Forderung nach mehr Mathematik im Mathematikunterricht eigentlich meine.

Quadratisch? – Algebraisch!

Die Theorie der algebraischen Gleichungen gehört für mich zu den Highlights des gymnasialen Unterrichts! Es gibt in diesem Gebiet der Mittelschulmathematik viel Interessantes, Lehrreiches zu sehen, viele mathematische Perlen zu entdecken und einige spannende Geschichten zu hören!

- Schon die linearen Gleichungen haben es in sich, aber bei den quadratischen Gleichungen geht es erst so richtig los. Man kann verschiedene Methoden, die zu deren Lösung(en) führen, entdecken, eine gewitzter als die andere: Den ägyptischen „falschen Ansatz“, den Kreis von Carlyle und, ein Kleinod seltener Güte, den geometrischen Ansatz des Euklid, veredelt durch Al-Khwarizmi im 9. Jh., ein Lehrstück über die Schönheit einer geometrischen Überlegung und den Übergang von einem geometrischen zu einem algebraischen Lösungsweg, was man dabei gewinnt – und was man verliert. Viele anregende mathematische Argumentationen und Beweisführungen können Mittelschülerinnen und Mittelschüler hier nachvollziehen und selber entdecken. Und das ist erst der Anfang.
- Tartaglia (oder war es bereits del Ferro?) löst kubische Gleichungen der Form $ax^3 + bx = c$, in dem er den zweidimensionalen Ansatz Al-Khwarizmis mit einem Geniestreich ins Dreidimensionale erhebt. Hier hat man am Gymnasium eine der wenigen Gelegenheiten, ein mathematisches Juwel erster Güte zu untersuchen und zu bewundern.
- Dann die quartischen Gleichungen, Ludovico Ferrari löst im 16. Jh. einige von Ihnen, er nutzt die neugewonnenen Erkenntnisse über Termumformungen, bringt die „Coss“, die „Bemühung, die mathematische Terminologie vom geschriebenen Wort zu lösen¹“, zu einer ersten Blüte, zeigt, welche grosse Kraft in den mechanisch anmutenden Termumformungen steckt. Und schliesslich:
- Die Riesentöter Galois und Abel, beides spannende Gestalten des realen Lebens, die gemeinsam und doch jeder für sich die algebraischen Gleichungen erschlagen haben in schier unfassbaren

¹ Hans Wussing, 6000 Jahre Mathematik, Springer Verlag

Einzelleistungen, weit ihrer Zeit voraus. Natürlich kann man nicht Galoistheorie machen an einem Gymnasium. Und doch: dass an einer allgemeinbildenden Schule Mathematik gelehrt wird ohne dass diese beiden Personen und deren Leistungen thematisiert und gewürdigt werden, ist doch bedenklich.

Sie sehen, geschätzte Leserinnen und Leser, ich gerate leicht ins Schwärmen bei dieser Fülle an grosser, fantastischer Mathematik. Wie nun setzen die gängigen Lehrmittel diesen Stoff um? – Interessante Frage!

Müssen wir wirklich durch diese Wüste? – Ja doch!! – Und warum? – Frag nicht!²

Die meisten Lehrmittel zielen darauf ab, möglichst viele der üblichen Gleichungen, die sich auf quadratische Gleichungen zurückführen lassen, zu lösen. Entsprechend geht es darum, möglichst rasch die Auflösungsformel für quadratische Gleichungen zur Verfügung zu haben und anschliessend die Lernenden mit Rezepten für Gleichungen mit Quadratwurzeltermen, Gleichungen mit Parametern, Gleichungen mit Bruchtermen, quadratische Gleichungssysteme, biquadratische Gleichungen etc. auszustatten. Die beschriebene Mathematik der algebraischen Gleichungen mit ihren gewitzten Herleitungen, cleveren Problemlösungen und spannenden Geschichten wird selten erwähnt und nie thematisiert.

Die Mathematik wird so reduziert auf das Auswendiglernen von Techniken, die im Kern von den meisten Lernenden nicht verstanden werden – und nicht verstanden werden müssen: Selten sieht man Aufgaben in Mathematikprüfungen, die den Nachweis verlangen, dass die mathematischen Inhalte verstanden wurden, dass die Lernenden gelernt haben, eine saubere Argumentation oder Herleitung aufzuziehen und die mathematische Terminologie zu beherrschen.

Viele Lehrmittel zur Mittelschulmathematik kümmern sich nur am Rande um die Mathematik. Besonders deutlich wird dies in einem der meistverbreiteten Lehrmittel in der Deutschschweiz: dem dreibändigen Werk Algebra I-III, für meine Begriffe weitgehend mathematikbefreites Lehrmittel: Hier wird nicht Mathematik gelehrt, hier werden Regeln gedrillt³.

Denn: Was ist Mathematik? Mathematik zu treiben bedeutet zu denken, zu verstehen und Einsicht zu gewinnen, zu pröbeln, zu argumentieren und zu diskutieren, zu beweisen, zu abstrahieren, anzuwenden, zu staunen – und ja, auch zu rechnen. Denn: Das Handwerkliche gehört dazu und soll auch ausreichend geübt werden. Erst ausreichende Rechenfertigkeit erlaubt es, mathematisch ausdrucksfähig zu werden⁴. Doch darf die Mathematik nicht auf diese Rechenfertigkeit reduziert werden. Genau dies geschieht aber in Lehrmitteln, und infolgedessen im Unterricht, allzu häufig.

Wenden wir uns also mehr der Mathematik zu! Lassen wir unsere Schülerinnen und Schülern die Welt der Mathematik tätig zu erfahren: Die Herleitungen und Beweise, die Ideen und Problemlösungen, die Anwendungen und, auch wichtig, die Welt des Rechnens und der Termumformungen. In diesen steckt viel Schönes, und ohne die Magd Termumformung hätte die Königin Mathematik nicht die Stellung in der heutigen Welt, die sie innehat. Aber dies ist kein Grund, die Magd zur Königin zu machen.

Gleiche Meinung? Andere Meinung? meier_roman@hispeed.ch.

² Gespräch zweier Banditen aus dem Film von Giorgio Stegani: *Die letzte Rechnung zahlst du selbst!*

³ Dieses Lehrmittel ist meines Erachtens an der „Krise des Mathematikunterrichts an den Mittelschulen“ zumindest mitschuldig, weil es sich konsequent auf das formale Rechnen beschränkt. Das erste Ziel eines jeden Unterrichts ist aber die Vermittlung von Erkenntnis.

⁴ So festgehalten in der sehr lesenswerten Präambel im „Kanon Mathematik“, siehe www.math.ch/kanon.