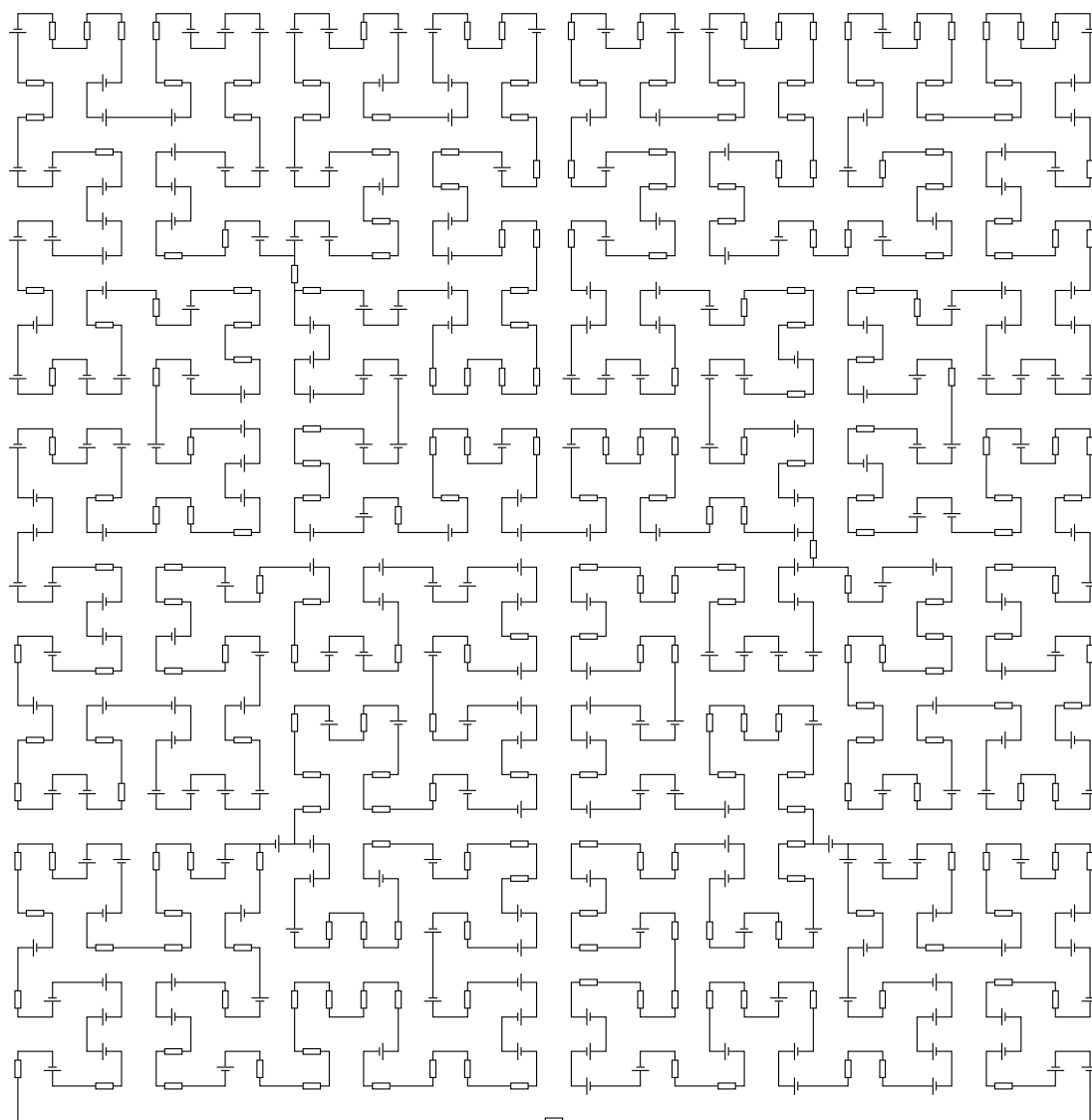


V S M P
S S P M P
S S I M F

Bulletin

Mai 2019 — Mai 2019 — Maggio 2019

N° 140



V S M P
S S P M P
S S I M F

Verein Schweizerischer Mathematik- und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e di Fisica

DIE NEUEN LEXSOLAR-PRODUKTE JETZT BEI EDUCATEC BESTELLEN

educatec.ch/lexsolar-gmbh/

leXsolar-Wind Large 2.0

Mit diesem System bleiben keine Fragen zu den physikalischen Grundlagen der **Windenergienutzung** offen. leXsolar-Wind Large vermittelt durch lehrplanbezogene Experimente ein Verständnis für die Funktionsweise von Windkraftanlagen. So kann beispielsweise der Einfluss von Windstärke und Windrichtung oder der Rotorart untersucht werden. Für die Klassenstufe 5 - 7 können die Versuche phänomenologisch anhand einfacher Verbraucher wie Glühlampe oder Hupe durchgeführt werden, für den Physikunterricht bis Klasse 13 auch vollständig quantitativ.



leXsolar ist der führende Anbieter für Bildungsprodukte im Bereich Erneuerbare Energien. Die Firma Lexsolar baut seit über zehn Jahren Spezial-Koffer für Schüler mit internationalem Erfolg.

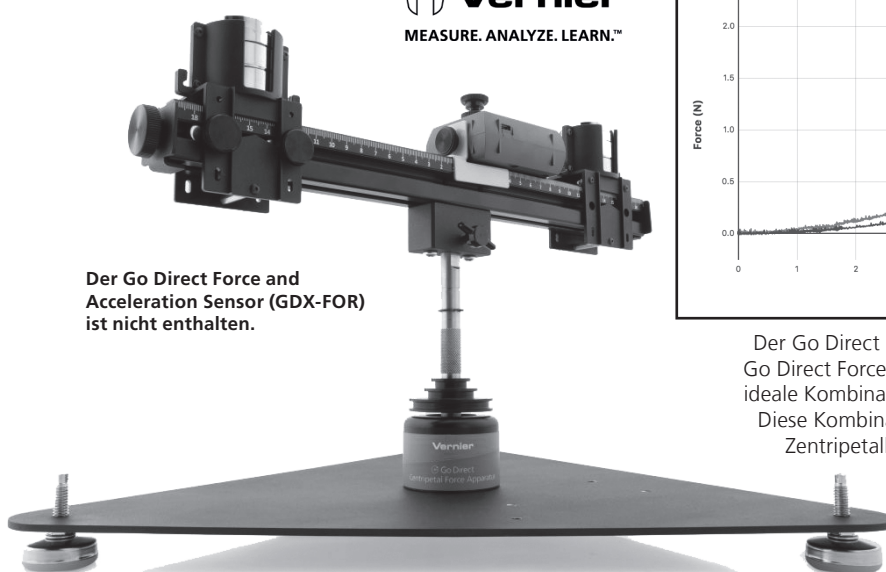
Alle leXsolar Spezial-Koffer können Sie ebenfalls bei EducaTec AG erwerben. Weitere Informationen zu leXsolar finden Sie in unserem Shop unter: <https://educatec.ch/lexsolar-gmbh/>

Weitere Informationen finden Sie in unserem Online Shop unter www.educatec.ch
Für weitere Kataloge von uns wenden Sie sich an contact@educatec.ch

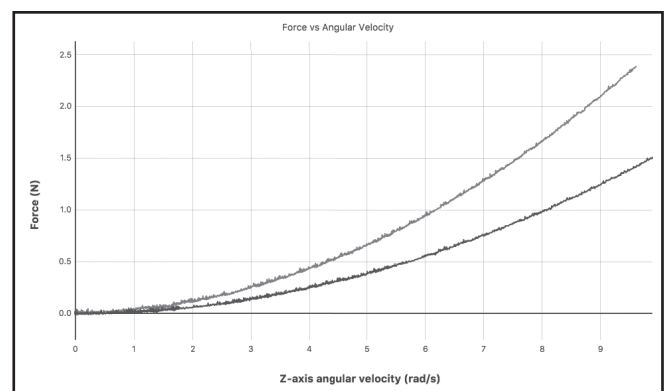


Vernier Go Direct® Centripetal Force Apparatus

Artikel-Nr. GDY-CFA



Der Go Direct Force and Acceleration Sensor (GDY-FOR) ist nicht enthalten.



Der Go Direct Centripetal Force Apparatus (GDY-CFA) und der Go Direct Force and Acceleration Sensor (GDY-FOR) bilden eine ideale Kombination zur Untersuchung der **Rotationsdynamik**. Diese Kombination misst mühelos die Winkelgeschwindigkeit, Zentripetalkraft und -beschleunigung ohne Drahtaufwand. Erkunden Sie beispielsweise Newtons zweites Gesetz, die Winkelbeschleunigung und das Trägheitsmoment, wenn es um Kreisbewegungen geht.

EducaTec AG
Altes Schulhaus, Kanzleigasse 2
Postfach, 5312 Döttingen

T +41 56 245 81 61, F +41 56 245 81 63
contact@educatec.ch, www.educatec.ch



In dieser Ausgabe — *Dans ce numéro*

Deutschschweizerische Physikkommission	3
Martin Lieberherr Hilbert-Netzwerk	3
<i>Kurs: Revision des «Système international d'unités»</i>	4
Beat Jeckelmann Ein Meilenstein in der Weiterentwicklung des Internationalen Einheitensystems	5
Hanspeter Dreyer Quantenphysik als Teil gymnasialer Allgemeinbildung	11
Martin Henzen, Paul Biner DPK-Kurs Physik in München – ein Rückblick	12
Mirjam Sager Goldmedaillen in Physik für fünf Mittelschüler	14
Schweizerischer Tag für Physik und Unterricht	16
Deutschschweizerische Mathematikkommission	18
Nina Stumpf, Ondrej Budac, Marek Tesar Náboj 2019 – Rückblick auf die erste Schweizer Austragung	18
Peter Gallin Weihnachtsaufgabe 2018 von Erich Ch. Wittmann	20
Herbert Bruderer Pascal, Leibniz, Babbage und Hollerith	24
Schweizerischer Tag über Mathematik und Unterricht	31
Lara Schmid Schnupperstudium Informatik am D-INFK der ETH Zürich	32
Elia von Salis Ein interessantes geometrisches Problem	34
<i>Kolloquium über Mathematik, Informatik und Unterricht</i>	37
Mirjam Sager Olympioniken des logischen Denkens	38
Hansjürg Stocker <i>Buchrezension: Nützliche und schöne Geometrie</i>	40
Franz Meier <i>Neuerscheinung: Geometrie 2</i>	41

Commission Romande de Physique	42
Lysiane André Construction d'une balance du watt en bois	42
Chloé Mayoraz Tomographie muonique	48
Cours: Astronomie et astrophysique	53
Mirjam Sager Deux élèves jurassien et vaudois médaillés d'or en physique	54
Commission Romande de Mathématique	56
Alexandre Junod La suite de Stern	56
Mirjam Sager Les champions de la pensée logique	60
<i>Colloque: Mathématiques et société</i>	62

Internet-Adressen — *Adresses Internet*
www.vsmp.ch — www.sspmp.ch — www.ssimf.ch

Titelseite — *Page de Titre*
Hilbert-Netzwerk (Artikel ab Seite 3 in dieser Ausgabe)

Hilbert-Netzwerk

Martin Lieberherr, MNG Rämibühl, martin.lieberherr@mng.ch

Man soll ja immer einen motivierenden Unterrichtseinstieg suchen. Da ich wieder eine neue Programmiersprache lernen muss, habe ich als Übung Abbildung 1 erzeugt, um meine Schülerinnen und Schüler damit zu erschrecken. Die svg-Grafik wurde in Python programmiert. Die Schaltung ist als Einstieg ins Thema Netzwerke und Kirchhoffsche Regeln gedacht. Für die Supergescheiten füge ich noch zusätzliche, überbrückende Äste mit Widerständen oder Spannungsquellen ein. (13. März 2019, Lie.)

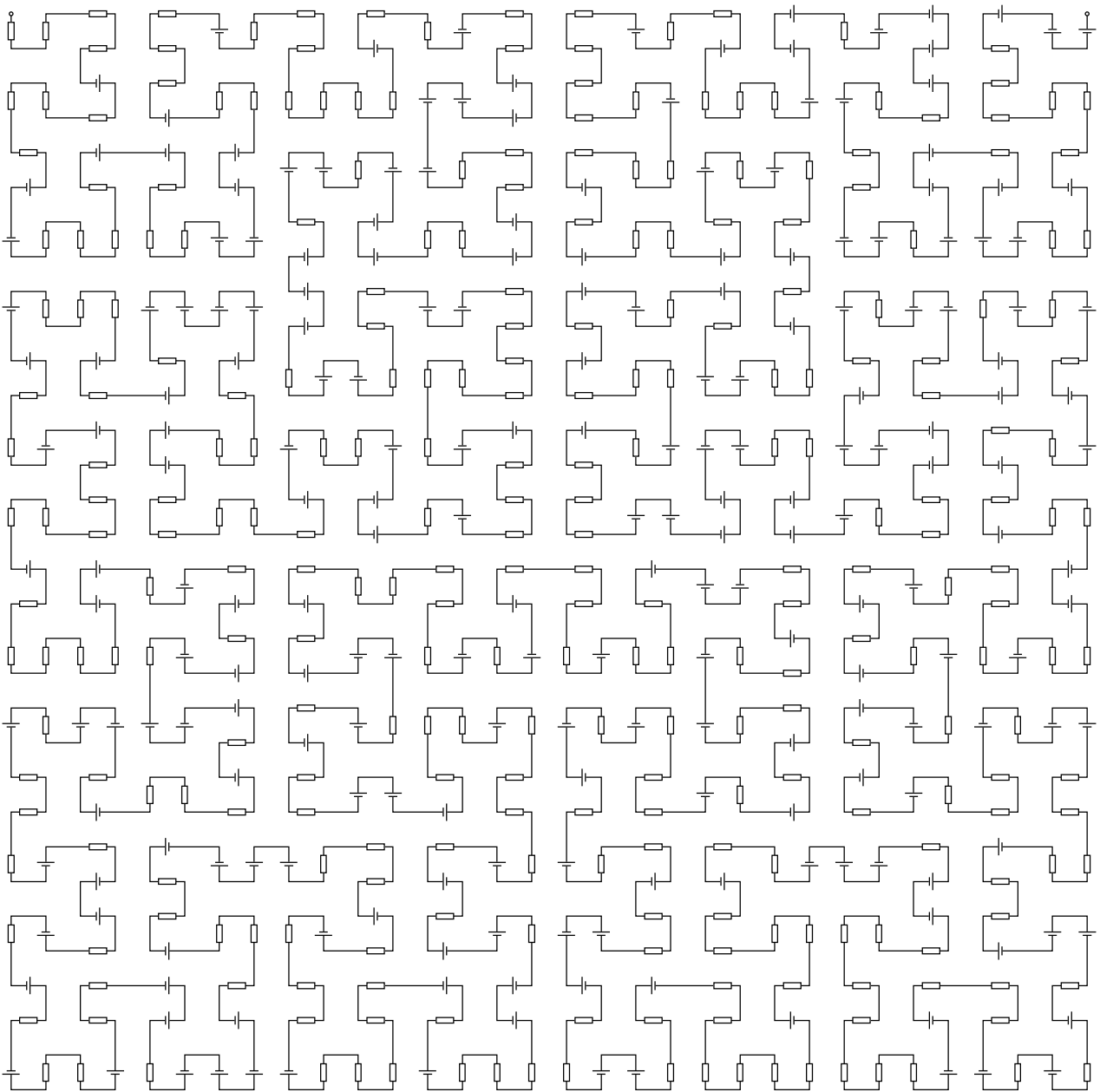


Abbildung 1: unbelastetes Netzwerk in Form einer Hilbert-Kurve

Berechnen Sie die elektrische Stromstärke, wenn ein zusätzlicher Lastwiderstand angeschlossen wird.



Revision des «Système international d'unités»

Weiterbildungsangebot der DPK am Dienstag, 3. September 2019
am METAS in Wabern

Am 16. November 2018 stimmten die Mitgliedstaaten des Metervertrages von 1875 der Einführung des revidierten Internationalen Einheitensystems (SI) zu. Das SI wird in Zukunft durch festgelegte Werte für Naturkonstanten bestimmt und nicht mehr durch die bisherigen Basiseinheiten. Dadurch werden auch einige Einheiten, unter anderem das Kilogramm, neue Definitionen erhalten.

Neben einer Einführung in das revidierte SI befassen wir uns mit der Frage, ob und wie die Änderungen unseren Physikunterricht beeinflussen werden. Ausserdem gewährt uns das METAS einen Einblick in seine vielseitigen Tätigkeiten.

Zielgruppe: Physiklehrkräfte an Gymnasien der Schweiz

Organisator: Deutschschweizerische Physikkommission DPK

Kosten: Die Kurskosten betragen Fr. 30.–. Für VSMP-Mitglieder ist der Kurs kostenlos.

Kursort: Eidgenössisches Institut für Metrologie, Lindenweg 50, 3003 Bern-Wabern

Programm:

ab 12:30	Begrüssungskaffee
13:00	Referat «Revision des SI»
14:00	Pause
14:30	Fachdidaktischer Input, Diskussion
16:00	Führung durchs METAS
17:30	Ende

Anmeldung: www.dpk.ch/kurse/metas2019

Den auf den folgenden Seiten abgedruckten Artikel zum Thema SI-Revision durften wir unverändert aus dem METinfo übernehmen.

Ein Meilenstein in der Weiterentwicklung des Internationalen Einheitensystems

Die Generalkonferenz für Mass und Gewicht hat am 16. November 2018 eine grundlegende Revision des Internationalen Einheitensystems SI beschlossen. Neu legt ein Satz von sieben Konstanten mit festgelegten Werten das System vollständig fest und bildet die Definitionsgrundlage für die Einheiten. Durch die Revision wird unter anderem nach über hundertjährigem Einsatz das letzte Artefakt im SI, das Urkilogramm, aus dem Dienst entlassen und durch eine auf Naturkonstanten abgestützte Masseinheit ersetzt.

BEAT JECKELMANN

In beinahe allen Bereichen der modernen Gesellschaft, von Wissenschaft und Technologie über industrielle Fertigung und Handel bis zum täglichen Leben wird das Internationale Einheitensystem (SI) verwendet, um die Ergebnisse von Messungen in eindeutiger und vergleichbarer Form auszudrücken. Mit dem Fortschritt in Wissenschaft und Technik hat sich auch das SI weiterentwickeln und den Bedürfnissen der Nutzer anzupassen. Die im November 2018 beschlossene Revision bedeutet einen Meilenstein in der Weiterentwicklung des SI. Dank der Änderung werden Messresultate künftig noch konsistenter, zuverlässiger und genauer und ermöglichen damit neue wissenschaftliche Entdeckungen und Innovationen.

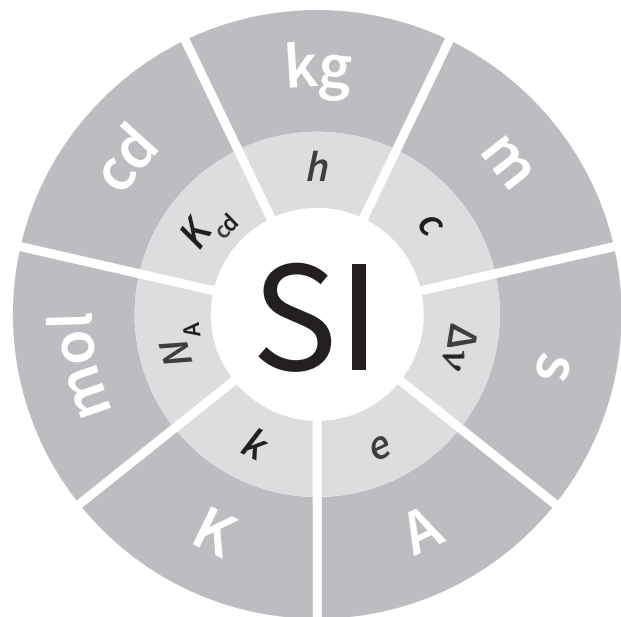
Was zeichnet ein Einheitensystem aus?

Die Wahl eines Einheitensystems ist nicht ein streng wissenschaftlicher Vorgang. Sie ist von praktischen Erwägungen, der Kenntnis von physikalischen Zusammenhängen, aber auch von historischen Kompatibilitätsbedingungen und Willkür gekennzeichnet. So ist auch das heute weltweit eingeführte SI das Resultat einer langen historischen Entwicklung. Vor allem steigende Ansprüche an die Genauigkeit von Messungen führten immer wieder zu Verbesserungen in den Definitionen der Einheiten [1]. Eine wichtige Randbedingung bei Änderungen ist die Rückwärts-Kompatibilität. Messresultate, wie z.B. die Klimadaten, sollen über lange Zeiträume vergleichbar sein. Dies ist nur möglich, wenn auch die benutzten Einheiten innerhalb der Unsicherheiten zeitlich stabil und vergleichbar sind.

Im SI unterscheidet man Basis- und abgeleitete Einheiten. Die Werte der Basiseinheiten, im Moment sieben an der Zahl, sind willkürlich festgelegt. Die abgeleiteten Einheiten werden entsprechend den algebraischen Beziehungen zwischen den betroffenen Grössen durch Kombinationen von Basiseinheiten definiert.

Die Definitionen der Basiseinheiten, wie sie im Lauf der Zeit verwendet wurden, lassen sich vereinfacht in verschiedene Klassen einteilen:

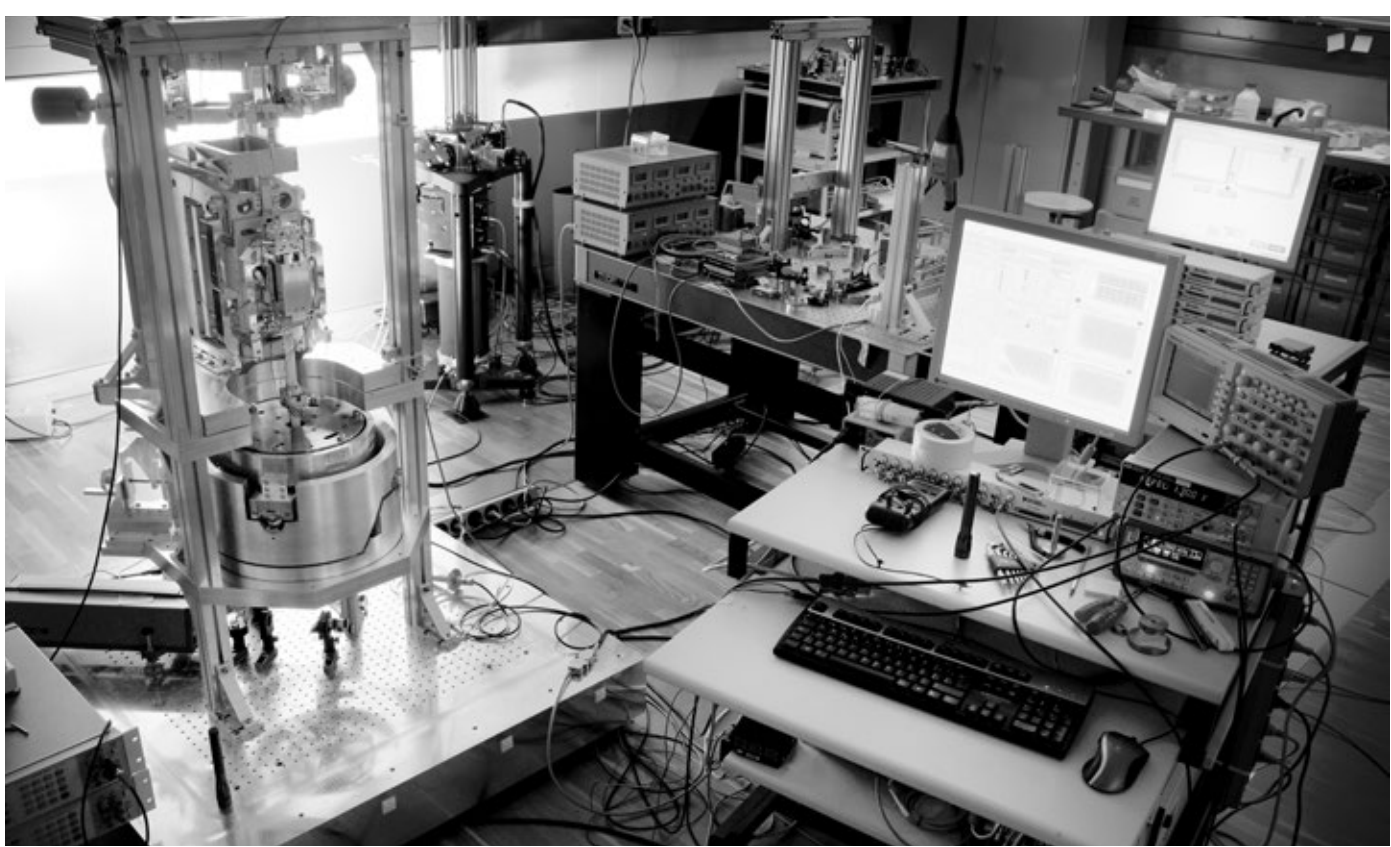
1. Ein geeignetes Artefakt wird als Einheitenrealisierung für die gewünschte Grösse ausgewählt. Bis zur Revision war im SI nur noch das Kilogramm auf diese Weise definiert: Das



1: Das revidierte SI: Der innere Kreis zeigt die 7 definierenden Konstanten. Sie bilden die Bausteine für die Realisierung der Einheiten auf dem äusseren Kreis. Es sind die sieben Basiseinheiten des SI dargestellt. Es können auch alle anderen Einheiten aus Kombinationen der Konstanten abgeleitet werden. Basis- und abgeleitete Einheiten sind gleichwertig.

Kilogramm ist die Masse des Internationalen Kilogramm-Prototyps, eines Zylinders aus einer Platin-Iridium-Legierung, der am BIPM in Paris aufbewahrt wird. Diese Definition hat offensichtlich einen lokalen Charakter. Die Einheit ist nur an einem Ort, dem BIPM verfügbar. Die Weitergabe der Einheit geschieht durch Vergleich mit dem Urnormal und die Genauigkeit ist damit durch die Genauigkeit der Vergleichsmethode beschränkt. Da das Urkilogramm ein makroskopischer Körper mit einer instabilen Oberfläche ist, ist die zeitliche Entwicklung der Einheit nicht genau bekannt. Dies ist der grösste Nachteil der Definition.

2. Die Einheitenrealisierung kann auch auf der Basis eines geeigneten physikalischen Zustandes erfolgen. So ist Sekunde über die Periodendauer der Strahlung eines atomaren Übergangs im Cäsiumatom definiert. Für die Realisierung der Temperatureinheit Kelvin stützte man sich vor der Revision auf die Tatsache, dass die thermodynamische Temperatur des Wassers beim Tripelpunkt einen stabilen von Umge-



Die Watt-Waage vergleicht mechanische und elektrische Leistung und kann die Masse mit der Planck-Konstante in Beziehung setzen.

beeinflusst durch temperatur- und druckabhängigen Wert einnimmt. Der Tripelpunkt ist derjenige Zustand, in dem alle drei Phasen des Wassers fest, flüssig und gasförmig, miteinander im Gleichgewicht sind. Die auf diese Weise abgestützten Einheitenrealisierungen haben einen universellen Charakter. Das heißt, die Einheiten sind überall und zu jeder Zeit realisierbar. Alle Cs-Atome haben dieselben Eigenschaften, die sich in der Zeit nicht ändern. Die Zustände lassen sich jedoch nicht mit genügender Genauigkeit durch eine analytische Modellgleichung beschreiben. Zudem ist die Genauigkeit der Einheitenrealisierung durch die Eigenschaften des gewählten physikalischen Prozesses selbst beschränkt.

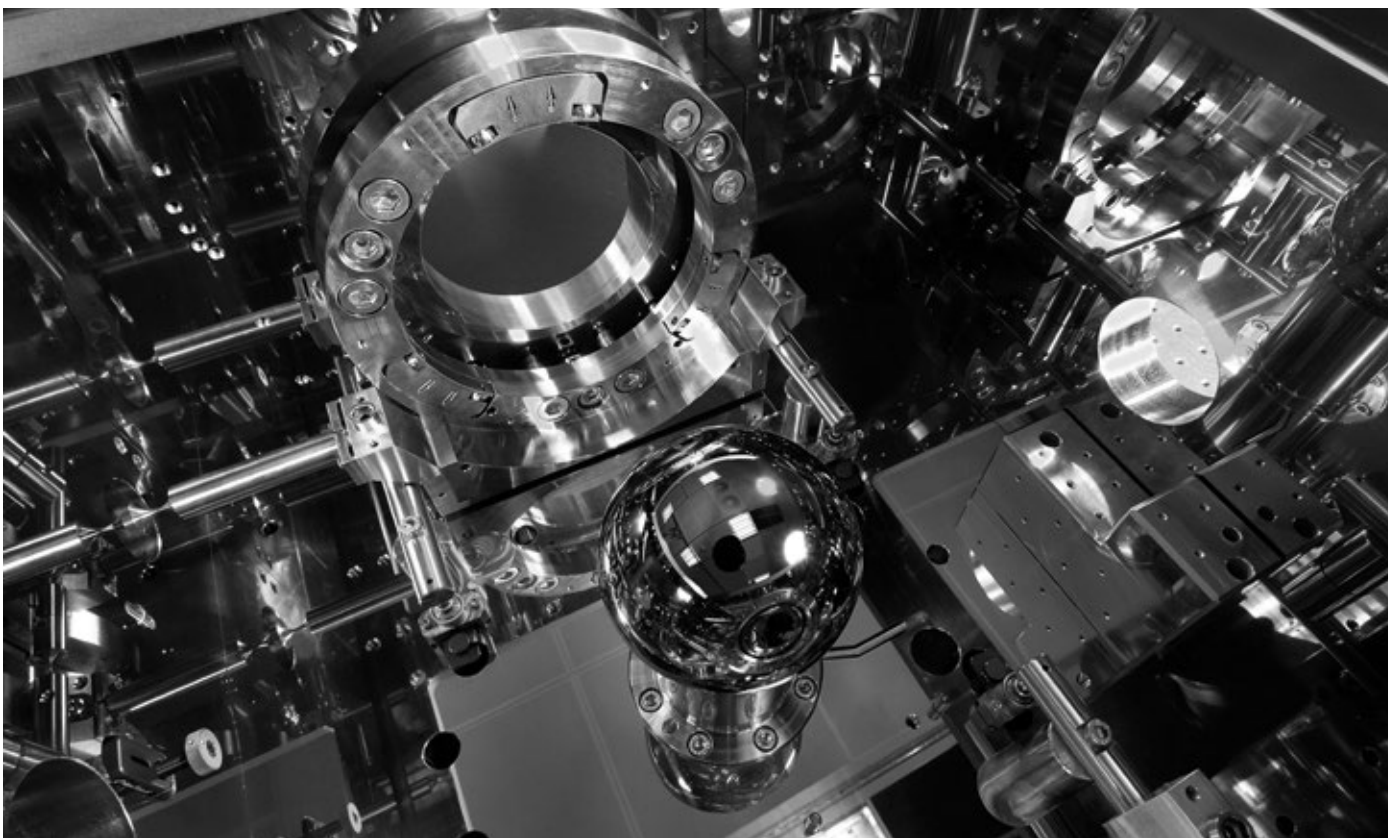
- Einheiten können schliesslich auch auf Fundamentalkonstanten abgestützt werden. Diese treten auch als Proportionalitätskonstanten bzw. quantitative Verknüpfungspunkte in den physikalischen Theorien auf. Ihr Wert lässt sich nicht beeinflussen und verändert sich weder räumlich noch zeitlich. Konstanten sind somit die «natürlichen» Einheiten und bieten sich in idealer Weise auch als Grundlage für die Festlegung von SI-Einheiten an. Im bisherigen SI sind der Meter und das Ampere Beispiele für diese Einheitenklasse. Die Meterdefinition ordnet der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum einen festen Wert zu. Im Fall der Amperedefinition wird die magnetische Permeabilität des Vakuums festgelegt. Basiseinheiten dieses Typs haben universellen Charakter wie diejenigen des Typs 2. Sie sind jedoch nicht an bestimmte physikalische Zustände gebunden, was eine steige Verbesserung der Realisierung mit dem Fortschritt der Physik erlaubt.

Wieso war eine Revision notwendig?

Im bisherigen SI war das Kilogramm die letzte, noch auf einem Artefakt basierte Basiseinheit. Das kg ist dabei definiert als die Masse des Kilogrammprototyps. Kopien dieses Urnormals

werden von vielen nationalen Metrologieinstituten (NMI) auf der ganzen Welt aufbewahrt. Seit 1889 wurden diese Kopien dreimal mit dem internationalen Prototyp verglichen. Eine Reihe von Kopien wurde später produziert und eine Vergleichsmessung mit dem Prototyp fand nur zweimal statt. Für beide Gruppen hat sich herausgestellt, dass die Masse der nationalen Kopien im Vergleich zum internationalen Prototyp im Durchschnitt zugenommen hat [2] (siehe auch Figur 2). Die mittlere relative Veränderung von etwa $50 \mu\text{g}$ in 100 Jahren ist zwar sehr gering. Weil sich aber die elektrischen Einheiten durch die Amperedefinition auf die Kraft und damit auf das Kilogramm beziehen, induziert eine Drift des Kilogramms eine ähnliche Drift in den elektrischen Einheiten.

Die **Amperedefinition** verbindet elektrische und mechanische Einheiten. Für die Realisierung der elektrischen Einheiten sind komplizierte elektromechanische Experimente notwendig (Watt-Waage, berechenbarer Kondensator,...). In der modernen elektrischen Messtechnik werden jedoch mit den Josephson- und Quanten-Hall-Effekten sehr reproduzierbare Spannungs- und Widerstandswerte realisiert, die nach dem Stand des Wissens nur von Naturkonstanten abhängen [3][4]. Dabei ist die Spannung des Josephsonnormals umgekehrt proportional zur Josephson-Konstanten $K_J = 2e/h$. Der quantisierte Hall-Widerstand ist proportional zur von-Klitzing-Konstanten $R_K = h/e^2$. Josephson- und Quantennormal sind damit direkt auf die elektrische Elementarladung e und die Planck-Konstante h rückführbar. K_J und R_K können im bisherigen SI mit einer relativen Unsicherheit um 10^{-7} bestimmt werden. Das ist etwa 100-mal schlechter als die Reproduzierbarkeit der Quanteneffekte im Labor. Dieser Umstand hat dazu geführt, dass das Internationale Komitee für Mass und Gewicht auf den 1.1.1990 durch Konvention festgelegte Werte K_{J-90} und R_{K-90} eingeführt hat: $K_{J-90} = 483\,597.9 \text{ GHz V}^{-1}$, $R_{K-90} = 25\,812.807 \Omega$.



Im X-Ray-Crystal-Density-Experiment (XRCD) wird die Masse eines Siliziumatoms mit hoher Genauigkeit gemessen, indem Atome in einem nahezu perfekten Si-Kristall gezählt werden. Quelle PTB

Dieser Schritt hat die weltweite Konsistenz der elektrischen Messungen drastisch verbessert. Auf der anderen Seite führte er jedoch zu einem praktischen Teilsystem im SI, was aus konzeptioneller Sicht unbefriedigend ist.

Auch in der Temperaturmessung stösst die bisherige Definition der Basiseinheit **Kelvin** über die Wasser-Tripelpunktzelle an ihre Grenzen (Typ 2 nach Klassifizierung oben). Die Realisierung ist empfindlich auf Verunreinigungen in der Zelle und die Isotopenzusammensetzung des verwendeten Wassers. Ausserdem ist die Realisierung der Skala ausgehend vom Nullpunkt und vom Tripelpunkt sehr aufwendig.

Experimentelle Voraussetzungen für die Revision

Um die identifizierten Schwachstellen zu beheben, waren auf der experimentellen Seite an zwei Fronten umfangreiche experimentelle Arbeiten notwendig: die Verbindung von kg und Planck-Konstante mit einer von den Spezialisten geforderten relativen Unsicherheit von $\leq 2 \times 10^{-8}$ und die Bestimmung der Boltzmann-Konstanten k mit einer rel. Unsicherheit $\leq 10^{-6}$. Besonders das erste Problem stellte sich als sehr hartnäckig heraus.

Zwei fundamental unterschiedliche Ansätze werden verfolgt. Im X-Ray-Crystal-Density-Experiment (XRCD) wird die Masse eines Siliziumatoms mit hoher Genauigkeit gemessen, indem Atome in einem nahezu perfekten Si-Kristall gezählt werden [5]. Die atomare Masse wiederum kann mit sehr hoher Genauigkeit mit der Planck-Konstanten h verknüpft werden. Daher bietet das XRCD-Experiment die Möglichkeit, das Kilogramm entweder auf eine atomare Masse oder auf die Planck-Konstante zu beziehen. Ein weiterer experimenteller Ansatz ist die sogenannte «Watt-Waage» (oder nach ihrem Erfinder «Kibble-Waage») [6]. Die Waage vergleicht mechanische und elektrische Leistung. Wenn die elektrische Leistung

mit Quantenstandards gemessen wird, kann die Masse mit der Planck-Konstante [5] in Beziehung gesetzt werden. Natürlich müssen die Ergebnisse der beiden unterschiedlichen Ansätze übereinstimmen.

Für die Bestimmung der Boltzmann-Konstanten gibt es eine ganze Reihe von Methoden [7]. Die genaueste ist das akustische Gasthermometer, bei dem k über die Schallgeschwindigkeit in einem Gas als Funktion der Temperatur bestimmt wird.

Die Forderungen an die Konsistenz und die Genauigkeit bei der Bestimmung der Planck- resp. Boltzmann-Konstanten und damit die Voraussetzungen für eine Revision des SI wurden im Frühjahr 2017 erreicht.

Ein Satz von Konstanten legt das System fest

Wir haben in den vorhergehenden Abschnitten gesehen, wie sich die Definition der Einheiten im SI von einer 1-zu-1-Beziehung zu einem Artefakt (Urkilogramm) über den Bezug zu einem physikalischen System oder Zustand (Tripelpunkt des Wassers für das Kelvin) bis hin zu einer Abstützung auf eine Naturkonstante (Lichtgeschwindigkeit für den Meter) entwickelt. Beim letzten Schritt löst sich die Realisierung der Einheit konzeptuell von der Definition. Eine durch den fixen Wert von Naturkonstanten definierte Einheit kann gemäss den physikalischen Gesetzmässigkeiten nach dem aktuellen Stand der Wissenschaft und Technik realisiert werden. Verbesserungen in der Realisierung sind möglich, ohne dass die Einheit neu definiert werden müsste.

Mit den Fortschritten in den Experimenten wird es nun zum ersten Mal möglich, das ganze SI auf einen Satz von Konstanten mit exakt festgelegten Werten abzustützen. Im SI haben wir die Wahl getroffen, den Wert von sieben Basiseinheiten durch Konvention festzulegen. Aus diesem Grund haben wir auch sieben Konstanten festzulegen.

Der ausgewählte Satz der Konstanten ist wie folgt (siehe auch Kasten auf Seite 14):

$\Delta\nu_{\text{Cs}}$: Frequenz des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands im ^{133}Cs -Atom: Diese Konstante definiert die Sekunde. Die Revision ändert nichts an der praktischen Realisierung der Einheit.

c : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum: Mit c und der über $\Delta\nu$ realisierten Sekunde kann der Meter realisiert werden. Auch hier ändert die Revision nichts in der Praxis.

h : Planck-Konstante: Zusammen mit c und $\Delta\nu$ und den geeigneten Experimenten gelingt der Link zu einer makroskopischen Masse und damit zur Realisierung des kg. Dies ist das wichtigste Resultat der Revision.

e : Elementarladung: Zusammen mit der Sekunde wird das Ampere damit neu definiert. Das Ampere kann direkt über Einzelelektronenschaltungen realisiert werden. Der Vorteil der Festlegung von e liegt jedoch hauptsächlich darin, dass bei Fixierung der Planck-Konstante und der Elementarladung die Josephson- und die von Klitzing-Konstante ebenfalls fixiert sind. Damit lassen sich das Volt resp. das Ohm im revidierten SI direkt mithilfe des Josephson- und des Quanten-Halleffekts realisieren. Damit werden die konventionellen Konstanten $K_{\text{J-90}}$ und $R_{\text{K-90}}$ überflüssig und das praktische Subsystem ebenfalls.

k : Boltzmann-Konstante: Zusammen mit $\Delta\nu$, c , h und einem geeigneten Primärexperiment (z.B. akustisches Gasthermometer) kann das Kelvin realisiert werden. Als Konsequenz ist der Wert des Wassertripelpunkts nicht mehr fixiert und ist neu mit einer Unsicherheit behaftet.

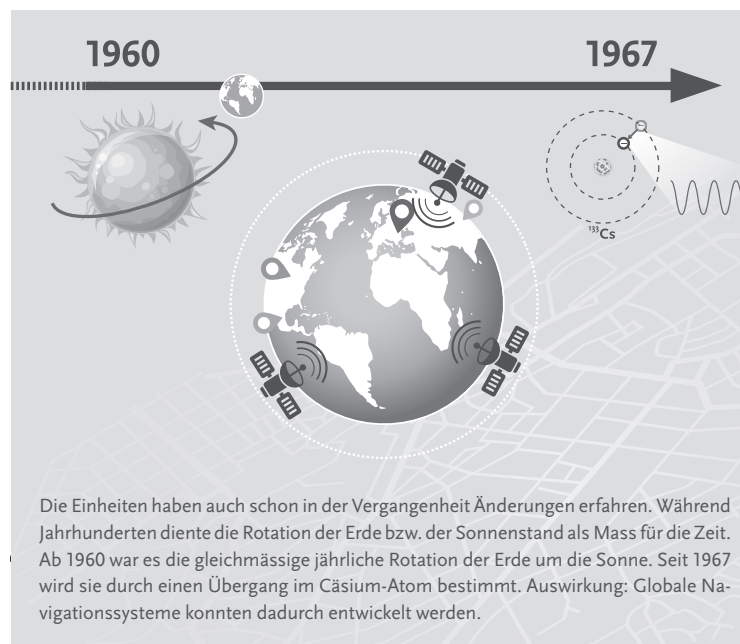
N_{A} : Avogadro-Konstante: Durch diese Festlegung der Avogadro-Konstante wird das Mol definiert als diejenige Stoffmenge, die $6.022\,140\,76 \times 10^{23}$ spezifizierte elementare Teilchen enthält. Der Link zum kg, wie er früher durch die Mol-Definition hergestellt wurde, entfällt. Damit hat die molare Masse des ^{12}C nicht mehr einen fixen Wert, sondern ist mit einer Unsicherheit behaftet.

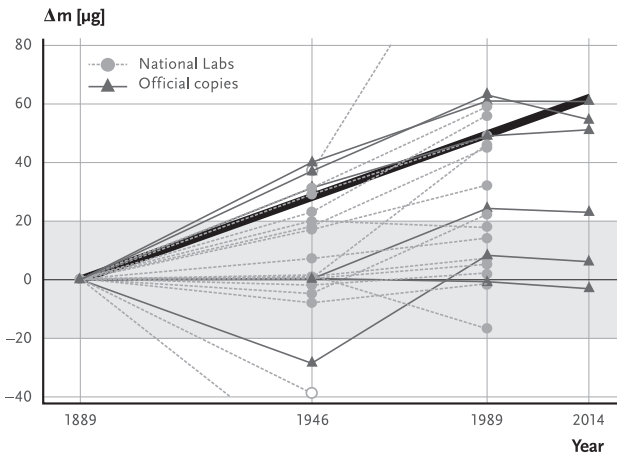
K_{cd} : Photometrisches Strahlungsäquivalent einer monochromatischen Strahlung von 540×10^{12} Hz. Mit dieser Festlegung bleibt die Definition der Candela gegenüber früher unverändert.

Das SI ist ein praktisches System und in diesem Sinne ist es nicht verwunderlich, dass die oben aufgeführten Konstanten nicht alle den gleichen Stellenwert haben. Die Lichtgeschwindigkeit c und die Planck-Konstante h werden in der modernen Physik als wirklich fundamentale Konstanten angesehen. Sie beziehen sich auf allgemeine Eigenschaften von Raum, Zeit und physikalischen Vorgängen, die für jede Art Teilchen und Wechselwirkung gleichermaßen gelten. Die Boltzmann-Konstante k kann als Umrechnungsfaktor für Temperatur und Energie angesehen werden. Die Grundzustands-Hyperfeinaufspaltungsfrequenz des Cäsium 133-Atoms $\Delta\nu$ ist die Eigenschaft eines bestimmten Atoms. Sie kann nicht auf einfachere Weise durch fundamentalere Größen ausgedrückt werden. Die Genauigkeit der Realisierung der Einheit Sekunde, die mit dieser Konstante verbunden ist, ist durch die natürliche Linienbreite des atomaren Übergangs begrenzt. Beträchtliche Anstrengungen werden unternommen, um die Zeiteinheit in absehbarer Zukunft durch eine fundamentalere Konstante zu definieren. Die Avogadro-Konstante N_{A} und die Lichtausbeute K_{cd} werden aus praktischen Gründen gewählt; sie werden von Physikern normalerweise nicht als «grundlegend» angesehen.

Mit den fixierten Konstanten und mit Hilfe der Gesetze der Physik können alle Einheiten im SI realisiert werden. Die Konstanten sind die Bausteine und setzen den Massstab für das gesamte System. Es ist als Konsequenz nicht mehr notwendig, zwischen Basis- und abgeleiteten Einheiten zu unterscheiden. Alle Einheiten des SI sind vom gewählten Satz der sieben Kon-

stanten abgeleitet und somit gleichwertig. Für die Festlegung der Konstanten wurden alle bis Ende Juni 2017 publizierten experimentellen Resultate berücksichtigt. Das Komitee für Data for Science and Technology (CODATA) stellt der wissenschaftlichen und technologischen Gemeinschaft durch ihre Task Group on Fundamental Constants (TGFC) periodisch ein





2: Periodische Verifikation: Vergleich der Nationalen Kopien und der offiziellen Kopien mit dem Urkilogramm. Die Vergleiche fanden bei der Einführung 1889, danach 1946 und 1989 statt. Der Vergleich von 2014 ist keine offizielle «periodic verification», da nur ein Subset der Normale beteiligt war.

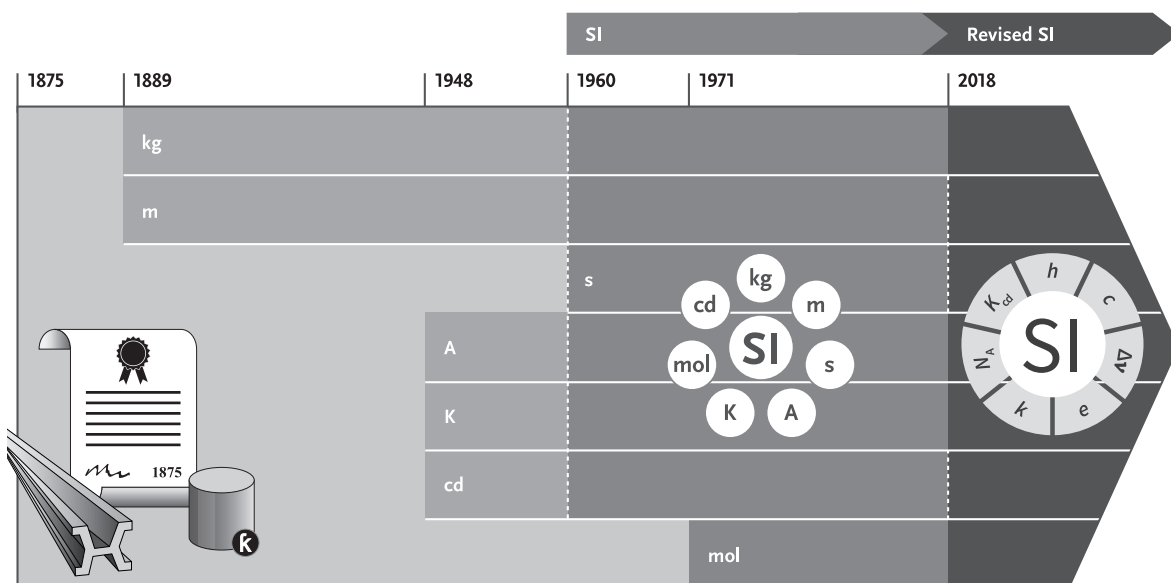
$h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ Js}$

Max Planck war ein bedeutender deutscher Physiker und gilt als Begründer der Quantenphysik. Das kg wird neu mithilfe der Planck-Konstante definiert.

selbstkonsistentes Set international empfohlener Werte der Naturkonstanten und Umrechnungsfaktoren für Physik und Chemie zur Verfügung. Aufgrund dieser Rolle lud die Generalkonferenz für Mass und Gewicht die CODATA Task Group ein, eine spezielle Ausgleichsrechnung durchzuführen, um die Werte der definierenden Konstanten für das revidierte SI festzulegen. Die Ergebnisse dieser Anpassung sind im Kasten auf Seite 14 aufgeführt [8], nämlich die numerischen Werte von h , e , k und N_A , jeweils mit einer ausreichenden Anzahl von Ziffern, um die Konsistenz zwischen dem bisherigen und dem überarbeiteten SI zu gewährleisten. Die nächste periodische CODATA-Anpassung der Fundamentalkonstanten findet Ende 2018 statt. Diese wird ebenfalls aussergewöhnlich sein, da sie zum ersten Mal auf den exakt festgelegten Konstanten des revidierten SI basieren wird.

Was ändert sich für den Anwender?

Das revidierte SI tritt anlässlich des Welt-Metrologietages 2019 am 20. Mai 2019 in Kraft. Obwohl an diesem Tag die seit Einführung des SI grundlegendste Änderung realisiert wird, wird sie keine unmittelbaren Auswirkungen auf das tägliche Leben haben. Trotz neuer Definition bleiben die Werte der Einheiten Kilogramm, Kelvin und Mol zunächst unverändert. Nur bei den elektrischen Einheiten sind kleine Korrekturen notwendig. Durch die Neudefinition des Ampere werden die durch die konventionellen Werte der Josephson- und von Klitzing-Konstanten festgelegten praktischen Einheiten obsolet. Die «Rückkehr» ins SI bedeutet eine relative Änderung von 1.07×10^{-7} für Spannungsmessungen und 1.78×10^{-8} für Widerstandsmessungen. Diese Korrekturen sind so klein, dass sie nur für wenige Anwender ausserhalb der NMI von Belang sind.



Das metrische System und das SI sind immer wieder an die Entwicklung der Technik und deren Bedürfnisse angepasst worden. Bei jeder Neudefinition ist es entscheidend, dass die langfristige Stabilität des SI gewährleistet bleibt.

Definition des SI

Das Internationale Einheitensystem, SI ist definiert durch die Festlegung der Werte von 7 Konstanten. Die Zahlenwerte entstammen der Ausgleichsrechnung von CODATA im Sommer 2017.

Frequenz des Hyperfeinstrukturübergangs des Grundzustands im ^{133}Cs -Atom

$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = 9\,192\,631\,770 \text{ s}^{-1}$$

Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$$c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$$

Planck-Konstante

$$h = 6.626\,070\,15 \times 10^{-34} \text{ J s} \quad (\text{J s} = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-1})$$

Elementarladung

$$e = 1.602\,176\,634 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (\text{C} = \text{A s})$$

Boltzmann-Konstante

$$k = 1.380\,649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad (\text{J K}^{-1} = \text{kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1})$$

Avogadro-Konstante

$$N_{\text{A}} = 6.022\,140\,76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Photometrisches Strahlungsäquivalent einer monochromatischen Strahlung von $540 \times 10^{12} \text{ Hz}$

$$K_{\text{cd}} = 683 \text{ lm W}^{-1}$$

Fazit

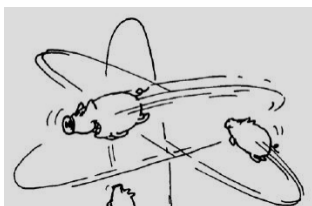
Dank der Revision ist das Internationale Einheitensystem fit für die Zukunft. Es ist so ausgelegt, dass bessere Realisierungen der Einheiten im Lauf der Zeit ermöglicht werden, ohne dass dies explizit vom System vorgegeben wird. Damit steht das SI langfristig auf einer soliden Basis und bleibt weltweit das Fundament für Messungen mit einer Genauigkeit, wie sie von Gesellschaft, Wirtschaft und Wissenschaft benötigt wird.

Referenzen

- [1] BIPM, «Measurement units: the SI.» [Online]. Available: <https://www.bipm.org/en/measurement-units/>.
- [2] G. Girard, «International Report: The Third Periodic Verification of National Prototypes of the Kilogram (1988–1992),» *Metrologia*, vol. 31, pp. 317–336, 1994.
- [3] B. Jeckelmann and B. Jeanneret, «The quantum Hall effect as an electrical resistance standard,» *Reports Prog. Phys.*, vol. 64, no. 12, pp. 1603–1655, Dec. 2001.
- [4] B. Jeanneret and S. P. Benz, «Application of the Josephson effect in electrical metrology,» *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, vol. 172, no. 1, pp. 181–206, Jun. 2009.
- [5] K. Fujii et al., «Realization of the kilogram by the XRCM method,» *Metrologia*, vol. 53, no. 5, pp. A19–A45, 2016.
- [6] I. A. Robinson and S. Schlamming, «The watt or Kibble balance: A technique for implementing the new SI definition of the unit of mass,» *Metrologia*, vol. 53, no. 5, pp. A46–A74, 2016.
- [7] J. Fischer et al., «The Boltzmann project,» *Metrologia*, vol. 55, no. 2, pp. R1–R20, 2018.
- [8] D. Newell et al., «The CODATA 2017 values of h , e , k , and N_{A} for the revision of the SI,» *Metrologia*, vol. 55, no. 1, pp. L13–L16, 2018.

QUANTENPHYSIK ALS TEIL GYMNASIALER ALLGEMEINBILDUNG

Hans Peter Dreyer, Kantonsschule Wattwil und Universität Zürich



Viele Lehrpläne nennen «Einblick in moderne Physik» am Schluss des Curriculums fürs Grundlagenfach. Dass «Elemente der Quantenphysik» in Physik & Anwendungen der Mathematik immer und in Biologie & Chemie oft verlangt werden, ist ein anderes Thema. Im Grundlagenbereich ist Physik eines der obligatorischen Fächer, die zur Studierfähigkeit und zur Allgemeinbildung beitragen. Während Mechanik, Elektrizität, Wärme und Optik Themen sind, die etwa für ein Medizinstudium eine Rolle spielen, gilt das für die Quanten nicht. Sie sollen a priori allgemeinbildend wirken.

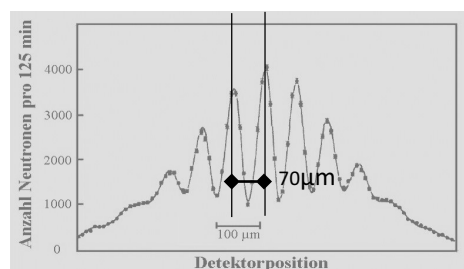
Darf der Geschichtsunterricht um 1900, bei Franz Joseph und Sissi, aufhören? Darf der Physikunterricht mit dem deterministischen Weltbild von 1900 enden? Sicher nicht, wenn er MAR 5 ernst nimmt: «Maturandinnen und Maturanden finden sich in ihrer natürlichen, technischen, gesellschaftlichen und kulturellen Umwelt zurecht, und dies in bezug auf *die Gegenwart* und die Vergangenheit.» Die Relativitätstheorie setzt den naiven Vorstellungen von Raum und Zeit ein Ende. Die Quantenphysik zeigt die Rolle des Zufalls im Innersten der Natur und beendet damit die durchgehende Verbindung von Ursache und Wirkung. Dieses Argument zugunsten 5% Unterrichtszeit für Quanten scheint mir wichtiger als die vielen Anwendungen (vom Flash-Speicher zum Tunnelmikroskop) und die zentrale Rolle in der aktuellen Forschung (vom Rydberg-Gas bis zum Casimir-Drehmoment).



Dürfen die zu erwarteten Lernschwierigkeiten Grund dafür sein, den Lernenden die Neuausrichtung der Physik zu verschweigen? «Die Quanten sind eine Schweinerei», klagte Max Born 1924. Schrödinger pflegte einen «Zürcher Lokalaberglauben», kritisierte Wolfgang Pauli scharf. «Die Heisenberg-Bohrsche Beruhigungsphilosophie – oder Religion? – ist so fein ausgeheckt, dass sie dem Gläubigen einstweilen ein sanftes Ruhekissen liefert», fand Einstein später. Auch «den Grossen» bereitete die Quantenphysik das Kopfzerbrechen! Das tröstet die Lernenden beim Eindringen in diese paradox wirkende Welt. Doch «The ‘paradox’ is only a conflict between reality and our feeling of what reality ‘ought to be’», meint Richard Feynman.



Die FACETTEN DER QUANTENPHYSIK sind ein in Entwicklung begriffenes Unterrichtsmaterial, das ich zusammen mit Kollegen in Wattwil, Frauenfeld und Aarau mehrfach erprobt habe. «Was ist Licht?» thematisiert den Dualismus und das Verhältnis zwischen Physik und Technik und kann schon im 10. Schuljahr eingesetzt werden. «Materie: Teilchen oder Welle?» führt im 11. oder 12. Schuljahr zum Zufall und der Rolle der Theorie beim wissenschaftlichen Fortschritt. Aufgaben mit Kurzlösungen, Experimentieranregungen, PANORAMA-Ausblicke auf einige Epochen und Vertiefungsmaterial für MINT-Interessierte gehören auch dazu. Das 3. Kapitel, «Quantenmechanik light», benötigt weitere Zeit, setzt Infinitesimalrechnung (zumindest auf dem CAS-Rechner) voraus und findet wohl eher im Ergänzungsfach Platz.



Sind Sie interessiert, im Schuljahr 2019/2020 an der Erprobung von Kapitel 1 und 2 teilzunehmen?

Ich sende Ihnen gerne per E-Mail weitere Informationen zum Aufbau und Einsatz des Kurses und zu den bisherigen Erfahrungen. Ich würde mich sehr freuen, wenn Sie sich engagieren wollen und mit Ihren Lernenden auch den Prä- und Post-Test zu je 20 Minuten durchführten. Bitte kontaktieren Sie mich unter:



hanspeter.dreyer@uzh.ch

oder 071 993 20 45

*Kanti*wattwil

DPK-Kurs Physik in München 20.-23- März 2019 – ein Rückblick

Martin Henzen (martin.henzen@spiritus.ch) und
Paul Biner (paul.biner@bluemail.ch) - Kollegium Spiritus Sanctus Brig

Vor rund einem Jahr wurde bekannt, dass wieder einmal ein längerer Kurs am Deutschen Museum mit Herberge im Kerschensteiner Kolleg organisiert werden sollte.

Erinnerungen an einen früheren Anlass am selben Ort kamen hoch – gute Erinnerungen.

So stand es ausser Frage, dass wir, die «Alten» aus der Physikfachschaft aus Brig, uns anmelden würden. Erfreulicherweise bekamen wir von der vorgesetzten Dienststelle grünes Licht und so fieberten wir dem Zeitpunkt entgegen – sogar Operationstermine wurden diesem Anlass angepasst.

Die Anreise – obwohl die Busfahrt kürzer gewesen wäre – wurde im Zug absolviert. Die Speisekarte der SBB lässt zwar zu wünschen übrig, aber die Einstimmung auf München gestaltete sich trotzdem optimal.

Bei der Ankunft im Kerschensteiner Kolleg waren wir einerseits überrascht, wie viele Treppen es im Areal gibt, und andererseits stellten wir fest, dass die Zimmer seit dem letzten Besuch eine Verjüngungskur erlebt hatten.

Den Organisatoren ist es gelungen, ein vielfältiges Programm zusammenzustellen. Dafür schon mal herzlichen Dank.

Der erste Tag führte uns nach Freising zu Texas Instruments. Viel Neues haben wir erfahren. So war es den meisten sicher unbekannt, dass TI im Sektor «Beleuchtung und Projektion» grosse Forschung betreibt. Der Hauptteil war aber eine Präsentation und eine anschliessende Führung in der Produktionsstätte für Halbleiter-Chips für Rechner.

Die Ausführungen waren äusserst informativ und der Vortragende sehr kompetent. Dieser Ausflug nach Freising war sicher eines der Highlights des Anlasses.

Die anschliessende Führung in der Flugwerft in Schleissheim – zum Glück haben wir diese Werft noch zeitig gefunden - wurde durch einen ehemaligen Piloten durchgeführt. Die flugtechnischen Details waren zahlreich und die Kenntnisse des Referenten umfangreich – auch wenn er die physikalischen Details erklärt hat wie es ein Pilot zu tun pflegt, nämlich genau nach Checkliste. Schade nur, dass wir die legendäre Me-262 nicht wieder nach Dübendorf mitnehmen konnten.

Den nächsten Tag verbrachten wir im Museum selber. Die Führung durch die diversen Abteilungen brachte einen Überblick über die Vielfalt des Museums. Für eine vertiefte Sicht reichte die Zeit nicht und das war sicher auch nicht die Absicht.

Seit dem letzten Besuch hat sich das Museum natürlich weiterentwickelt. Es war – mindestens für die Schreibenden – kaum mehr wiederzuerkennen. Was geblieben ist, ist die Vielfalt der Bereiche, welchen das Museum Raum gibt.

Wir wurden von der modernen medizinisch-chemischen Forschung über die Zeitmessung und die Kosmologie, über die Kunststoff- und Keramik-Produktion und die Landvermessung bis hin zu Musikautomaten und Entwicklung der Rechenautomaten geführt. Das Deutsche Museum ist wirklich eine Reise wert!

Die Ausführungen über Messen und Forschen im All zeigte uns die Vielfalt der Objekte, welche uns da oben mit anderen Menschen verbinden, welche uns beobachten oder zum Ziel führen. Das Abfallproblem scheint erkannt. Die Lösung aber noch nicht ganz gefunden!

Der Nachmittag führte uns in die Welt der Unterrichtsmöglichkeiten im technischen Bereich. Die Anlage im TUM-Lab war ein Beispiel dafür, wie eine einfache Problemstellung mit einer Klasse sowohl algorithmisches Verständnis und dessen Umsetzung in ein funktionierendes System als auch Team-Arbeit fördern kann.

Für das nun aufgewertete Fach Informatik wäre so eine Anlage sicher Gold wert. Es müssten nun nur die Mittel – Hardware und vor allem Manpower – bereitgestellt werden. Führen wir doch unsere Bildungspolitiker ins Deutsche Museum!

Der Vortrag, der den Tag fachlich abschloss, brachte einige neue Erkenntnisse im wissenschaftshistorischen Bereich. Die Beharrlichkeit von Fraunhofer und die Präzision seiner Messungen – für die damalige Zeit und mit den zur Verfügung stehenden Mitteln hervorragend – war beeindruckend.

Der letzte Tag des Kurses war zur freien Verfügung. Der langen Zugfahrt wegen konnten wir diesen Teil nicht mehr mitmachen. Wir nehmen aber an, dass diese Aktivitäten ebenfalls bestens organisiert interessant waren.

Neben den fachlichen Höhepunkten kam aber auch die kulinarische Erkundung Münchens nicht zu kurz.

Die beiden für uns reservierten Lokale für das Abendessen (der «Pschorr» am Viktualienmarkt und das «Ayinger in der Au») sind typische Münchner Speiselokale. Wer da verhungert sein sollte, wäre selber schuld!

Abschliessend kann man sagen, dass sich diese Reise nach München fachlich wie kulturell durchaus gelohnt hat. Mit einem herzlichen Dank an die Organisatoren Jürg Barblan, Hanno Gassmann, Hans Kammer und Stefan Walser verabschieden wir uns. Wenn es eine Wiederholung geben sollte, werden wir uns wieder melden. Es war toll. Merci.

Goldmedaillen in Physik für fünf Mittelschüler

Mirjam Sager, Wissenschafts-Olympiade, m.sager@olympiad.ch.

Bilder: Markus Meier (Physik-Olympiade)

Fünf junge Schweizer haben sich für die Internationale Physik-Olympiade vom 7. bis 15. Juli in Tel Aviv, Israel qualifiziert. Sie gewannen Gold an der 23. Schweizer Physik-Olympiade. Fünf weitere Schüler reisen im Mai an den Europäischen Wettbewerb.

Die Gewinner der Physik-Olympiade:

- Cédric Solenthaler, Kantonsschule am Burggraben (SG)
- Hiro Farré, Institut Le Rosey in Rolle (VD)
- Jonas Hofmann, Kantonsschule Uster (ZH)
- Fabian Graf, Gymnasium St. Antonius (AI)
- Nicolas Schmid, Lycée cantonal de Porrentruy (JU)

Die 26 Finalistinnen und Finalisten setzten sich in den vergangenen Monaten gegenüber 815 Jugendlichen aus der Schweiz und dem Fürstentum Liechtenstein durch. Stolz und strahlend nahmen die Gewinner die Medaillen bei der Schlussfeier entgegen. Diese fand am Sonntag, 17. März an der Neuen Kantonsschule Aarau statt. Einige Schüler konnten kaum glauben, dass sie zu den Besten gehören, wie der 18-jährige Nicolas Schmid, der im kleinen Dorf Cerniéwillers in der Gemeinde Les Enfers aux Franches-Montagnes (JU) lebt.

Wieso fallen Wolken nicht vom Himmel?

Die Prüfungen am Samstag und Sonntag dauerten insgesamt 6 Stunden. Beim Praxisteil galt es, die Dichte eines Öls zu bestimmen, abgeleitet von der Dichte des Wassers. Ausgestattet mit einem Becher- und einem Reagenzglas, einer Pipette und Metall-Muttern mussten die Schüler herausfinden, wie man das Experiment durchführt und welche Theoreme man anwenden sollte. Im Theorieteil versuchten die Schüler nachzuvollziehen, wie ein Halo funktioniert, ein optisches Phänomen ähnlich einem runden Regenbogen. Der Jurassier Nicolas glaubt, dass er bei jenen Problemen gut abgeschnitten hat, die nicht allzu viele Formeln enthalten. Und bei solchen, zu denen man mit viel Phantasie Hypothesen formulieren musste. Zum Beispiel zur Frage: Warum fallen Wolken nicht vom Himmel?

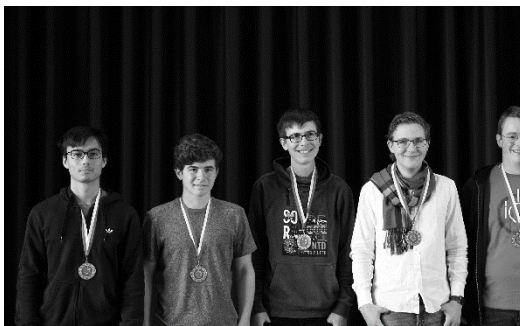
Die Freude am Verstehen und am Spiel

Nicolas ist froh, dass er mit seiner Schulklasse am Wettbewerb teilgenommen hat und unterstreicht die wichtige Rolle der Lehrpersonen bei der Förderung der Schüler. «Es ist gut, dass die Lehrpersonen den ersten Schritt gemacht haben – ich glaube nicht, dass ich mich sonst angemeldet hätte.» «Ich mag es, wenn ich verstehe wie Dinge funktionieren», erklärt Nicolas. Er freut sich darauf, im Herbst dieses Jahres sein Studium der Elektrotechnik an der ETH Zürich zu beginnen. Ein Studiengang, der verschiedene Bereiche wie Mathematik, Informatik, aber auch Themen wie elektromagnetische Wellen oder Stromkreise kombiniert: «Bei der Elektrotechnik ist von allem etwas dabei. So kann man Dinge konstruieren, und dieser Aspekt, der dem Bauen mit Legos gleicht, macht mir grossen Spass.»

Physik in Europa

Fünf weitere Jugendliche haben sich mit ihren Silber- oder Bronzemedaillen für die Europäische Physik-Olympiade qualifiziert. In Riga, Lettland dürfen sie mit ihrem Kopf erneut um Medaillen kämpfen, zusammen mit über 100 Mittelschülern aus 28 Ländern. Gefragt sind physikalisches Verständnis und Kreativität. Denn die Aufgaben sind offen formuliert, was den täglichen Aufgaben eines Forschers sehr nahekommt, meint Barbara Roos, Organisatorin der Schweizer Olympiade: "Die Teilnehmer lernen durch die Fragestellungen, wie echte Physiker zu denken".

Einblicke



Olympiade im Klassenzimmer

Ab Mitte August 2019 können Sie sich und Ihre Klasse online für den Wettbewerb anmelden. Mehr dazu finden Sie in Kürze auf der neuen Website physics.olympiad.ch.



20. Schweizerischer Tag für Physik und Unterricht

Donnerstag, 14. November 2019, 13:00 - 17:30 Uhr an der ETH Zürich im
Zentrum (NO Gebäude, Sonneggstrasse 5, 8092 Zürich)

Themen: Geothermie und das Innere der Erde, sowie Flipped Classroom in Physik

12:30 - 13:00 **Begrüßungskaffee** (NO Gebäude ETH Zentrum, Ausstellung *focusTerra*)

13:00 - 13:05 **Begrüßung und Einführung** (NO D45)

13:05 - 13:35 **Flipped vs unflipped physics classroom at ETH** (NO D45)
Dr. Guillaume Schiltz, Physik

13:35 – 14:25 **Die Physik in der Geothermie** (NO D45)
Prof. Martin Saar, Erdwissenschaften

14:25 – 14:55 **Kaffeepause** (Kaffeetheke Ausstellung *focusTerra*)

14:55 - 15:30 **Lerneinheit des MINT Zentrums zur Geothermie** (NO D45)
Dr. Brigitte Hänger-Surer und Dr. Ralph Schumacher, MINT Lernzentrum

15:30 – 16:20 **Aufbau und Entwicklung der Erde: moderne Konzepte und Numerische
Modelle** (NO D45)
Prof. Taras Gerya, Erdwissenschaften

16:20 - 17:35 **Besuch *focusTerra* mit Erdbebensimulator** (NO Gebäude, Ausstellung
focusTerra)
*Team von *focusTerra*, ETH Zürich*

17:35 **Apéro**

Treffpunkt

Ort: NO Gebäude ETH Zentrum, Ausstellung *focusTerra*

Mailen oder schicken Sie die Anmeldung bitte spätestens bis zum 5. November 2019 an:

Andreas Vaterlaus, ETH Höggerberg HPF G4.1 , 8093 Zürich.

Email: vaterlaus@phys.ethz.ch

Für eine frühzeitige Anmeldung sind wir Ihnen sehr dankbar!

Physik an Gymnasien und Fachmaturitätsschulen

Ein leicht verständliches Lehrmittel für Physik an Gymnasien mit zahlreichen Illustrationen – neu mit separatem Arbeitsheft.



Hans Kammer, Irma Mgeladze

Physik für Mittelschulen

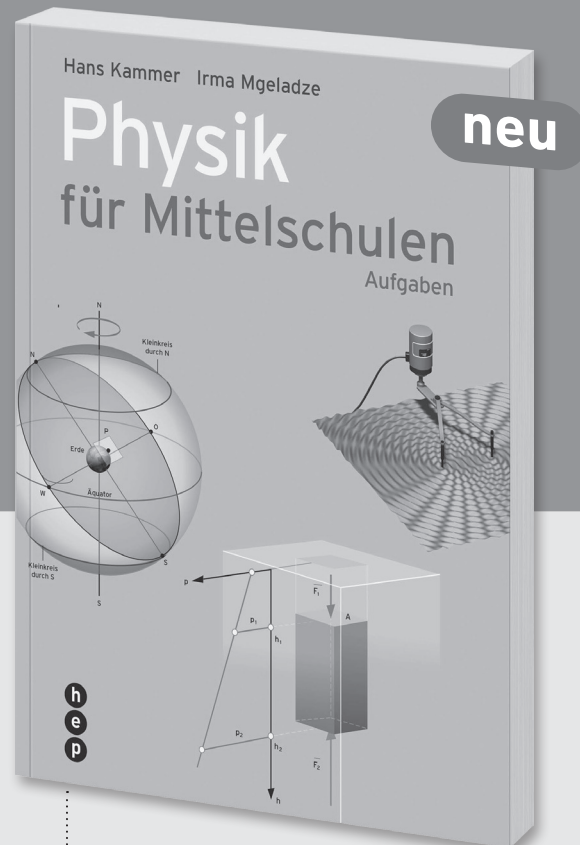
3. Auflage 2019

448 Seiten, 17 × 24 cm, Broschur, inkl. eLehrmittel

ISBN 978-3-0355-1435-3

ca. CHF 54.–

Erscheint im Juni 2019



Arbeitsheft

1. Auflage 2019

ca. 250 Seiten, 17 × 24 cm, Broschur

ISBN 978-3-0355-1436-0

ca. CHF 34.–

Erscheint im Oktober 2019

Das Lehrbuch enthält auf knappem Raum die Lehrinhalte der klassischen sowie der neueren Physik für die Sekundarstufe II. Die dritte Auflage enthält neu Porträts von Forscherinnen und Forschern.

Im Herbst 2019 erscheint zusätzlich eine illustrierte, umfangreiche Aufgabensammlung. Die zahlreichen Aufgaben auf verschiedenen Schwierigkeitsstufen erlauben es, die Lerninhalte anzuwenden und zu festigen.

Bequem online bestellen:
www.hep-verlag.ch



kompetent bilden.

hep verlag ag
Gutenbergstrasse 31
Postfach
CH-3001 Bern

Tel. 031 310 29 29

info@hep-verlag.ch
www.hep-verlag.ch

Náboj 2019 - Rückblick auf die erste Schweizer Ausführung

Nina Stumpf, ETH, stumpfn@student.ethz.ch

Ondrej Budac, Google, ondrob@gmail.com, Marek Tesar, Google, tesulo@gmail.com

Am 22. März 2019 war es so weit: Der Mathematikwettbewerb Náboj fand erstmals auch in der Schweiz statt. 15 Teams aus neun verschiedenen Gymnasien und sechs verschiedenen Kantonen traten an der ETH Zürich gegeneinander an – und gegen knapp 500 weitere Teams in neun verschiedenen Ländern Europas, von Grossbritannien bis Russland.



Abbildung 1 – Impressionen aus Prag, Cambridge, Budapest und Krakau.

Mit 22 gelösten Aufgaben übertraf das Schweizer Gewinnerteam der Kantonsschule Solothurn sämtliche Teams Österreichs und schloss auf Rang 87 einen Punkt hinter dem besten deutschen Team ab. Einzame Spitze war Polen, das internationale Siegerteam aus Krakau erreichte stolze 44 von 46 möglichen Punkten.

Die höchste in Zürich gelöste Aufgabe war Nummer 35, abgegeben vom Schweizer Gewinnerteam nach einer super Zeit von 3'33" – schaffen Sie das auch?

Jahr 2019, Aufgabe 35: Paul hat eine rechteckige Schokoladentafel der Grösse 5×3 . Er hat extra Zucker auf das linke, obere Schokoladenstückchen gelegt, um es süsser zu machen. Er isst die Schokoladentafel in folgender Weise: In jedem Schritt wählt er zufällig die Spalte ganz rechts oder die unterste Reihe, jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von $1/2$. Das wiederholt er, bis die gesamte Schokolade gegessen ist. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er im letzten Schritt nur das einzelne süssere Schokoladenstückchen isst?

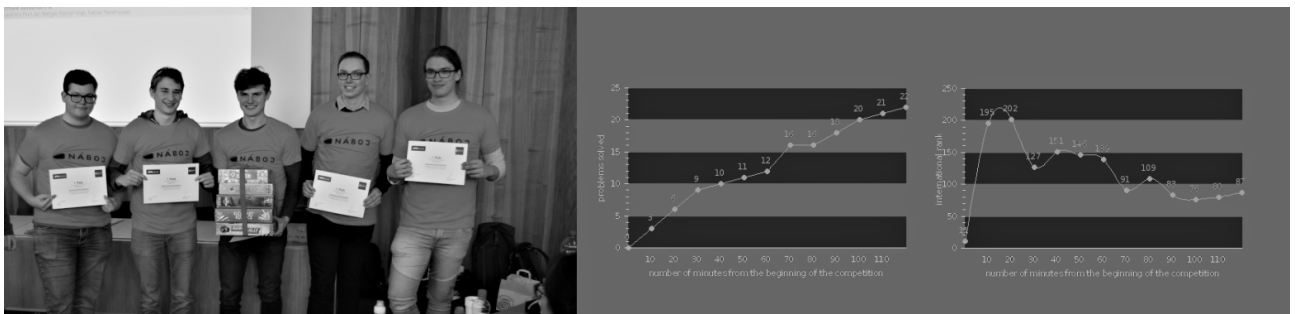


Abbildung 2 – Gewinnerteam in Zürich, daneben ihre gelöste Anzahl Aufgaben und ihr internationaler Rang über die 120 Minuten Dauer des Wettbewerbs.

Ergebnis: 15/64

Lösungsweg: Angenommen, die Schokoladentafel hat drei Reihen und fünf Spalten. Die Schokolade ist aufgegessen, sobald dreimal die unterste Reihe (R) oder fünfmal die rechte Spalte (S) gewählt

wurde. Das ist frühestens nach drei und spätestens nach sieben Schritten der Fall. Dass im letzten Schritt nur das einzelne süssere Schokoladenstückchen gegessen wird, kann nur dann geschehen, wenn in den ersten sechs Schritten, egal in welcher Reihenfolge, genau zweimal R und viermal S gewählt wurde (im siebten Schritt wird unabhängig von der Wahl von R oder S das einzelne süssere Schokoladenstückchen gegessen). Es gibt 62 Sequenzen aus R und S der Länge 6, die genau zwei R und vier S enthalten. Jede dieser Sequenzen hat eine Wahrscheinlichkeit von $1/2^6$, daher ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit gleich $\frac{62}{2^6} = \frac{15}{64}$.

Mit fast einer Stunde länger die Zähne ausgebissen haben sie sich an folgender Aufgabe:

Jahr 2019, Aufgabe 30: Bestimme alle vierstelligen positiven ganzen Zahlen \overline{abcd} , die gleich dem Wert von $a^a + b^b + c^c + d^d$ sind. Dabei darf keine der Ziffern die Null sein.

Knapp zwei Minuten vor Wettbewerbsende hatten sie schliesslich die Lösung heraus:

Ergebnis: 3435

Lösungsweg: Wegen $6^6 \geq 10000$ darf keine der Ziffern grösser als 5 sein. Wenn alle Ziffern eine 4 wären, dann wäre die geforderte Bedingung nicht erfüllt, und wenn höchstens drei Mal die Ziffer 4 vorkäme, dann wäre die Summe wegen $3 \cdot 4^4 + 3^3 < 1000$ nicht vierstellig. Also muss mindestens eine Ziffer 5 vorkommen und wegen $5^5 = 3125$ darf auch höchstens eine Ziffer 5 enthalten sein, da ansonsten die erste Ziffer der vierstelligen Zahl grösser als 5 wäre. Aufgrund von $3000 < 5^5 < 5^5 + 3 \cdot 4^4 < 4000$ muss dann die erste Ziffer eine 3 sein. Jetzt weiss man, dass die gesuchte Zahl mindestens $5^5 + 3^3 + 2 \cdot 1^1 = 3154$ sein muss. Da 3154 die Bedingung nicht erfüllt und 3155 wegen der beiden Fünfen nicht möglich ist, muss an der Hunderterstelle mindestens eine 2 stehen. Die nächste in Frage kommende Zahl ohne eine Ziffer grösser als 5 ist $3215 > 5^5 + 3 \cdot 3^3$. Deshalb muss mindestens eine 4 dabei sein, aber es kann wegen $5^5 + 2 \cdot 4^4 = 3637$ auch höchstens eine 4 enthalten sein. Durch Untersuchen der letzten noch möglichen drei Fälle sieht man nun leicht, dass es nur die einzige Lösung 3435 gibt.

Doch schnell sein und gewinnen ist nicht alles – hauptsächlich hoffen wir, dass sämtliche Teilnehmer Spass hatten und viele von ihnen nächstes Jahr wieder mit dabei sein werden. Am **13. März 2020** ist es wieder so weit, gut einen Monat zuvor startet die Anmeldephase.



Abbildung 3 – Impressionen aus Zürich (von links nach rechts): Konzentriert sitzen die Teams an ihren Aufgaben. Bis 15 Minuten vor Ende werden die internationalen und lokalen Zwischenergebnisse ständig aktualisiert und für alle ersichtlich projiziert. Am Ende wird es noch einmal hektisch bei den Kontrollposten, viele wollen noch eine Lösung abgeben. Die Ruhe nach dem Sturm: Glücklicherweise sammeln sich alle Organisatoren und Helfer, die den Anlass erst möglich gemacht haben.

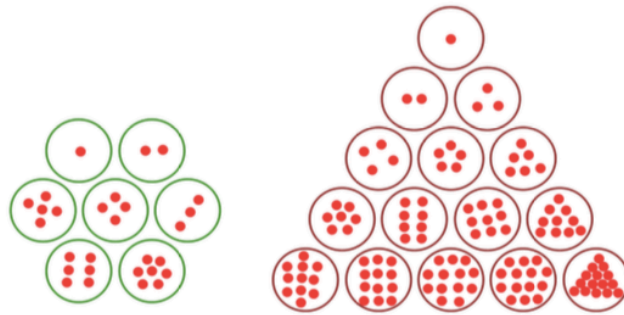
Aufgrund des grossen Interesses ist für 2020 der Ausbau auf 30 Teams geplant. Die Hälfte davon soll in der Kategorie Junior antreten, die wir dieses Jahr noch nicht anboten. Sie unterscheidet sich darin von den Senioren, dass erst zehn einfachere Aufgaben bearbeitet werden und dass die TeilnehmerInnen sich noch nicht in den letzten beiden Jahren vor der Matur befinden dürfen.

Bei Fragen oder sonstigen Anliegen sind wir per E-Mail erreichbar unter info-ch@math.naboj.org.

Weitere Impressionen, Aufgaben inkl. Lösungen und Statistiken sind verfügbar auf math.naboj.org.

Weihnachtsaufgabe 2018 von Erich Ch. Wittmann

Peter Gallin, peter@gallin.ch



In den grünen Körben links liegen 1 bis 7 Äpfel, in den braunen Körben rechts 1 bis 15 Äpfel.

Die Inhalte der Körbe jedes Sets können nach folgender Regel verändert werden:

Aus einem Korb dürfen so viele Äpfel in einen anderen Korb gelegt werden, wie **dort** schon liegen.

Es werden k Körbe mit 1 bis k Äpfeln vorgegeben. Durch mehrfaches Umlegen von Äpfeln gemäss obiger Regel sollen schliesslich in allen Körben **die gleiche Anzahl Äpfel** liegen. Da insgesamt

$$\sum_{i=1}^k i = \frac{k(k+1)}{2}$$

Äpfel vorhanden sind, die auf k Körbe gleichmässig verteilt werden müssen, folgt, dass in jedem Korb $\frac{1}{2}(k+1)$ Äpfel liegen müssen. Damit muss k ungerade sein. Da aber durch das Umlegen der Äpfel in einem Korb immer eine gerade Anzahl Äpfel liegen, muss auch die Zahl $\frac{1}{2}(k+1)$ selbst gerade sein. Damit wird k auf die Zahlen 3 mod 4 eingeschränkt.

Die Vermutung liegt — nach einigem Experimentieren — nahe, dass für k , das um 1 kleiner als eine Zweierpotenz ist, ein einfacher Umlege-Algorithmus das Problem löst. Wir nehmen also an, dass die Zielzahl z der Anzahl Äpfel in jedem Korb

$$z = \frac{1}{2}(k+1) = 2^n$$

beträgt. Für die beiden in der Aufgabenstellung gezeigten Beispiele ist $n = 2$ ($k = 7$) resp. $n = 3$ ($k = 15$). Wir wählen hier den Fall $n = 4$ ($k = 31$) und ordnen die 31 Körbe in zwei Reihen nebeneinander an, wobei der Korb mit bereits $z = 16$ Äpfeln in der Mitte separat platziert wird.

1	31
2	30
3	29
4	28
5	27
6	26
7	25
8	24
9	23
10	22
11	21
12	20
13	19
14	18
15	17
16	

Nun wird nach folgender Regel umgelegt: In einen linken Korb legt man vom rechts daneben liegenden Korb so viele Äpfel, wie der linke bereits enthält. Das sind 32 minus die Zahl der Äpfel im rechten Korb. Damit verdoppelt sich die Zahl links und die Zahl im rechten Korb entspricht neu der Zahl, welche horizontal neben der verdoppelten Zahl in der Liste steht. Die obige Liste wird also uminterpretiert von der konkreten Bedeutung der Körbe zu abstrakten Zahlbeziehungen zwischen zwei Zahlen, die jeweils horizontal nebeneinander stehen. Nehmen wir als Beispiel die Körbe mit links 13 Äpfeln und rechts 19. Von dort aus ergibt sich durch fortlaufendes Umlegen die folgende Folge von Paaren:

$$(13, 19) \rightarrow (26, 6) \rightarrow (20, 12) \rightarrow (8, 24) \rightarrow (16, 16)$$

Durch diese Art von Umlegen haben wir also das Paar (z, z) erreicht: In beiden Körben liegen z Äpfel. Versucht man dieses Verfahren mit geraden Zielzahlen, welche keine Zweierpotenz sind, so stellt man fest, dass Zyklen in der Paarfolge entstehen, welche nicht auf die Zielzahl führen. Ob in diesen Fällen ein Umlegen nach einer anderen Regel zum Ziel führt, lassen wir vorerst noch offen. Denkbar sind ja Umlegungen, bei denen nicht horizontal nebeneinander stehende Körbe ihre Äpfel übergeben. Im letzten Abschnitt zeigen wir, dass die von Zweierpotenzen verschiedenen Zielzahlen keine Lösung zulassen.

Nun beweisen wir, dass für Zielzahlen z als Zweierpotenzen solche Zyklen, die nicht im Paar (z, z) enden, unmöglich sind. Dazu verabreden wir, dass wir die Paare grundsätzlich so schreiben, dass links die kleinere Zahl steht. Die obige Folge sieht dann so aus:

$$(13, 19) \rightarrow (6, 26) \rightarrow (12, 20) \rightarrow (8, 24) \rightarrow (16, 16)$$

Eine weitere Vereinfachung besteht darin, dass wir nur noch die linke Zahl notieren und damit beispielsweise folgende Folge erhalten:

$$5 \rightarrow 10 \rightarrow 12 \rightarrow 8 \rightarrow 16$$

Nun geht es darum zu zeigen, dass kein Zyklus entstehen kann, dass also niemals die Ausgangszahl der Folge je wieder erreicht wird. Sei also a_1 die Ausgangszahl ($a_1 < z = 2^n$, also links in der Tabelle). Diese wird mit einer gewissen Anzahl i_1 Faktoren 2 multipliziert bis das Resultat in die rechte Seite der Tabelle springt. Horizontal links neben diesem Resultat findet man dann a_2 . Dabei gilt folgende Beziehung:

$$a_2 = 2^{n+1} - 2^{i_1} a_1 \quad \text{mit } i_1 \in \mathbb{N}$$

Würde man hier $a_2 = a_1$ verlangen, ergäbe sich $(2^{i_1} + 1) \cdot a_1 = 2^{n+1}$, was für $a_1 < 2^n$ nicht erfüllt werden kann. Analog folgt mit $i_2 \in \mathbb{N}$:

$$a_3 = 2^{n+1} - 2^{i_2} a_2$$

Damit ergibt sich:

$$a_3 = 2^{n+1} - 2^{i_2}(2^{n+1} - 2^{i_1} a_1) = 2^{n+1} - 2^{i_2+n+1} + 2^{i_1+i_2} a_1$$

Würde man hier verlangen, dass $a_1 = a_3$, ergäbe sich wieder ein Widerspruch, denn die Beziehung

$$(2^{i_1+i_2} - 1) \cdot a_1 = 2^{i_2+n+1} - 2^{n+1} = 2^{n+1} \cdot (2^{i_2} - 1)$$

kann wegen $a_1 < 2^n$, $i_1 > 0$ und $i_2 > 0$ nicht erfüllt werden. Gehen wir einen Schritt weiter:

$$a_4 = 2^{n+1} - 2^{i_3} a_3$$

führt auf

$$a_4 = 2^{n+1} - 2^{i_3}(2^{n+1} - 2^{i_2+n+1} + 2^{i_1+i_2} a_1) = 2^{n+1} - 2^{i_3+n+1} + 2^{i_2+i_3+n+1} - 2^{i_1+i_2+i_3} a_1$$

Setzt man $a_4 = a_1$, ergibt sich

$$(2^{i_1+i_2+i_3} + 1) \cdot a_1 = 2^{n+1} \cdot (2^{i_2+i_3} - 2^{i_3} + 1) \quad ,$$

was wiederum nicht erfüllbar ist. Allgemein erhält man nach beliebig vielen Schritten stets eine Beziehung

$$u \cdot a_1 = 2^{n+1} \cdot v$$

mit ungeraden positiven Zahlen u und v , was für eine natürliche Zahl $a_1 < 2^n$ nicht erfüllbar ist. Damit ist gezeigt, dass die Zielzahl z erreicht werden muss.

Zum Abschluss zeigen wir, dass Zielzahlen, die verschieden von einer Zweierpotenz sind, keine Lösung zulassen. Betrachten wir die inverse Umlegeoperation: Dann darf man die Zahl a der Äpfel in einem Korb halbieren, sofern dort die Zahl gerade ist, und diese Hälfte in einen beliebigen anderen Korb mit b Äpfeln legen, wo dann $b + \frac{a}{2}$ Äpfel liegen. Nehmen wir nun an, wir hätten eine Lösung mit z. B. der Zielzahl 12 gefunden, d. h. wir hätten 23 Körbe mit je 12 Äpfeln. Wenden wir nun die inverse Umlegeoperation beliebig oft an, so wird der Faktor 3, welcher 12 „verseucht“, nach jeder inversen Operation erhalten bleiben, denn durch das Halbieren wird niemals der Faktor 3 eliminiert und durch die Addition einer Zahl mit Faktor 3 und einer halben Zahl, die auch den Faktor 3 enthält, entsteht wieder eine durch 3 teilbare Zahl. Kurz: Man wird die Verseuchung nicht los. Somit kann man nicht auf die gegebene Ausgangsverteilung mit 1, 2, . . . , 23 Äpfeln kommen, bei der ja auch Zahlen vorkommen, die keinen Faktor 3 enthalten. Das gilt für alle Zielzahlen, welche einen Primfaktor verschieden von 2 enthalten. Damit haben wir einen Widerspruch hergeleitet.



SNF-Studie

TraM – Transfer der Mathematik Wir suchen SIE!

Wie können wir Schülerinnen und Schüler im Gymnasium noch besser auf zukünftiges Lernen in Mathematik und Physik vorbereiten?

Diese Frage steht im Mittelpunkt einer vom Schweizerischen Nationalfonds (SNF) geförderten Studie, die von Prof. Dr. Norbert Hungerbühler, Dr. Ralph Schumacher und Prof. Dr. Elsbeth Stern von der ETH Zürich durchgeführt wird.

Wir suchen Sie!

Unsere Studie geht in die zweite Runde! Dafür suchen wir weiterhin Lehrpersonen, die im Schuljahr 2019/20 den Themenblock „Funktionen“ und/oder den Themenblock „Differentialrechnung“ unterrichten.

Was haben Sie davon?

Sie erhalten entweder im Vorfeld oder nach Abschluss der Studie umfassende, lernwirksame Unterrichtsmaterialien zu einem Themenblock und eine Fortbildung durch das MINT-Lernzentrum, völlig kostenfrei. Ihre Klasse erhält zudem für die Teilnahme an der Studie 200 CHF für die Klassenkasse.

Was erwartet Sie, wenn Sie an der Studie teilnehmen?

Per Los wird entschieden, ob Sie mit Ihren eigenen Materialien oder mit den Materialien des MINT-Lernzentrums (diese decken die jeweiligen Abschnitte des Lehrplans komplett ab) arbeiten.

Wir begleiten Ihre Klassen mit einem Vor- und Nachtest. Des Weiteren werden während der Unterrichtsreihe in Absprache mit Ihnen zwei Unterrichtsbesuche durchgeführt.

Weitere Informationen finden Sie unter www.math.ethz.ch/tram.

Zögern Sie nicht, uns zu kontaktieren, wenn Sie weitere Fragen haben!

www.math.ethz.ch/tram
tram@ethz.ch

Pascal, Leibniz, Babbage und Hollerith

Fund von unbekannten Nachbauten des Leonardo da Vinci-Modellbauers

Herbert Bruderer

Leonardo da Vinci (1452–1519) erstellte eine Fülle technischer Zeichnungen (siehe Codex Atlanticus, Codex Madrid). Er kannte beispielsweise bereits das Zahnradgetriebe, die Zahnstange, die Kurvenscheibe, die Nürnberger Schere sowie den Proportionalwinkel und soll auch eine Rechenmaschine entworfen haben. Der Gelehrte und Künstler hat Modelle ausgedacht für Maschinen und Instrumente (z.B. Wegmesser in Form eines Schubkarrens, Webstuhl, Zirkel), Fluggeräte, Schiffe, Brücken, Kirchen, für den Städtebau und das Militärwesen (z.B. Festungen, mit Seilrollen und Seilzügen gesteuerter Krieger). Die Deutung der Skizzen ist allerdings nicht immer einfach.

Der seinerzeit weltberühmte, heute aber vergessene italienische Ingenieur Roberto A. Guatelli (1904–1993), der im zweiten Weltkrieg lange Zeit in einem japanischen Konzentrationslager verbrachte, hat nicht nur unzählige Modelle von Leonardo da Vinci hergestellt, sondern auch zahlreiche Rechenmaschinen nachgebaut, z.B. die Addier- und Subtrahiermaschine von Blaise Pascal, die Vierspeziesrechenmaschine von Gottfried Wilhelm Leibniz, die Differenzenmaschine von Charles Babbage und die Volkszählungsmaschine von Herman Hollerith. 1968 baute Guatelli Leonardo da Vincis „Rechenmaschine“ nach. Ob es sich dabei tatsächlich um einen Rechner handelt, ist jedoch umstritten. Die hervorragenden Nachbildungen sind den Originalen oft zum Verwechseln ähnlich.

Fünf bisher unbekannte Guatelli-Nachbauten in der Carnegie-Mellon-Universität, Pittsburgh

Erst im Dezember 2018 wurde bekannt, dass Guatelli auch die Direktmultiplikationsmaschine Millionär aus Zürich nachgebaut hat. Weitere Kunstwerke kamen im Januar 2019 zum Vorschein, Rechenmaschinen von Pascal, Leibniz, Adix und Webb. Die Zeitzeugin Pamela McCorduck hatte 2018 die Rechenmaschinensammlung, die u.a. auch ein frühes Thomas-Arithmometer, je eine Enigma mit drei und vier Walzen umfasst, der Carnegie-Mellon-Universität, Pittsburgh, Pennsylvania, geschenkt. Zu Ehren ihres verstorbenen Gatten, des Informatikpioniers Joseph Traub, heisst die Sammlung Traub-McCorduck Collection. 1988 hatte das Stifterpaar die fünf Nachbauten bei Guatelli gekauft. Guatelli-Nachbauten gibt es auch in Mailand, Mountain View, New York und Ottawa (vgl. Abb. 1–5).

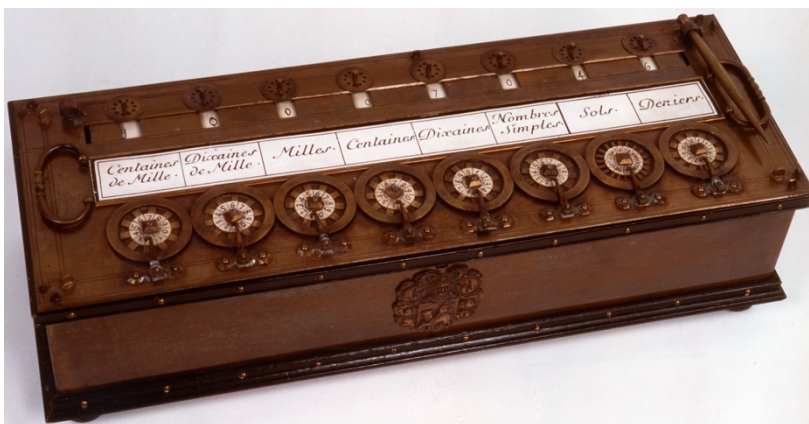


Abb. 1: Nachbau der Pascaline von Roberto Guatelli 1. Die Addier- und Subtrahiermaschine von Blaise Pascal (1623–1662) kann Werte bis 999 999 livres darstellen. 1 livre hat 20 sols, 1 sol 12 deniers (© Museo nazionale della scienza e della tecnologia „Leonardo da Vinci“, Mailand).



Abb. 2: Nachbau der Pascaline von Roberto Guatelli 2. Von Blaise Pascal sind acht Originalmaschinen erhalten. Sie befinden sich u.a. in Paris, Clermont-Ferrand, Dresden und New York. Pascal baute die erste Maschine 1642 (© Canada Science and Technology Museum, Ottawa, Objekt Nummer 1979.0568.001).



Abb. 3: Nachbau der Leibniz-Rechenmaschine von Roberto Guatelli. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) baute seine erste Rechenmaschine 1673. Das einzige erhaltene Exemplar stammt aus den 1690er Jahren und wird in Hannover verwahrt. Es ist die weltweit erste mechanische Rechenmaschine, die alle vier Grundrechenarten beherrscht (© Museo nazionale della scienza e della tecnologia „Leonardo da Vinci“, Mailand).



Abb.4: Nachbau der Babbage-Differenzenmaschine von Roberto Guatelli. Charles Babbage (1792–1871) arbeitete ab 1822 an seiner ersten Differenzenmaschine, die jedoch unvollendet blieb. Sie sollte die fehlerfreie Erstellung mathematischer Tafelwerke ermöglichen. Die Maschine befindet sich in London (© Canada Science and Technology Museum, Ottawa, Objektnummer 2011.0022.001).

Wie viele da-Vinci-Modelle und Nachbauten von Rechenmaschinen haben überlebt?

Meines Wissens gibt es kein Verzeichnis der Modelle, die Roberto Guatelli aufgrund der Zeichnungen von Leonardo da Vinci gebaut hat. Unklar ist auch, welche und wie viele Rechenmaschinen er für IBM New York und weitere Auftraggeber nachgebaut hat und welche wo überlebt haben.

Guatelli war von 1951 bis 1961 für Thomas Watson, den Gründer von IBM, tätig. Im folgenden Jahr eröffnete er eine Werkstatt in New York. Jim Strickland zufolge arbeitete Guatellis Neffe, Joseph Mirabella, ab 1964 mit. Er führte den Betrieb nach Guatellis Tod bis 2005 weiter. Mirabella hatte die Da-Vinci-Modelle dem Long Island Science Center, Riverhead, New York, geschenkt. Nathan Myhrvold – Intellectual ventures – soll die verbleibenden Nachbauten von Rechenmaschinen gekauft haben. Nähere Auskünfte dazu stehen noch aus.

Das Werk *Leonardo da Vinci* von Heydenreich, zu dem Thomas Watson ein Nachwort verfasst hat, enthält – ausser Abbildungen der Mona Lisa und des Abendmahls – zahlreiche Zeichnungen des Universalgenies, u.a. archimedische Schraube und Rad, Auto mit Federantrieb, Bagger, Differenzialgetriebe, Dom, Doppelhülle für ein Schiff, Drehbrücke, Druckmaschine, Fallschirm, Flugmaschine, Gewindeschneidmaschine, Hubschrauber, Hydraulikpumpe, Hydraulikschraube, Kilometerzähler, Linsenschleifmaschine, Ma-

schinengewehr, mechanische Trommel, Militärhafen, Militärpanzer, Münzpräegerät, Projektor, selbstfahrendes Schiff, Tauchgerät, Uhrwerk, Ventilator, Wagenheber, Windmesser, zweistöckige Brücke.

Direktmultiplizierer Millionär

Es ist nicht bekannt, wo sich die ursprüngliche Millionär-Maschine (Fabriknummer 2380) befindet, die Guatelli nachgebaut hat. Sie fehlt im australischen "Register of Millionaire calculators" von John Wolff. Die Millionär in der Sammlung der IBM Corporate Archives in Poughkeepsie, New York, hat die Nummer 403. Die vier Exemplare der Harvard-Universität, Cambridge, Massachusetts, die mit IBM zusammengearbeitet hatte, tragen andere Seriennummern. Die von der H.W. Egli AG in Zürich hergestellte Millionär war viele Jahre lang die schnellste Multiplikationsmaschine der Welt.

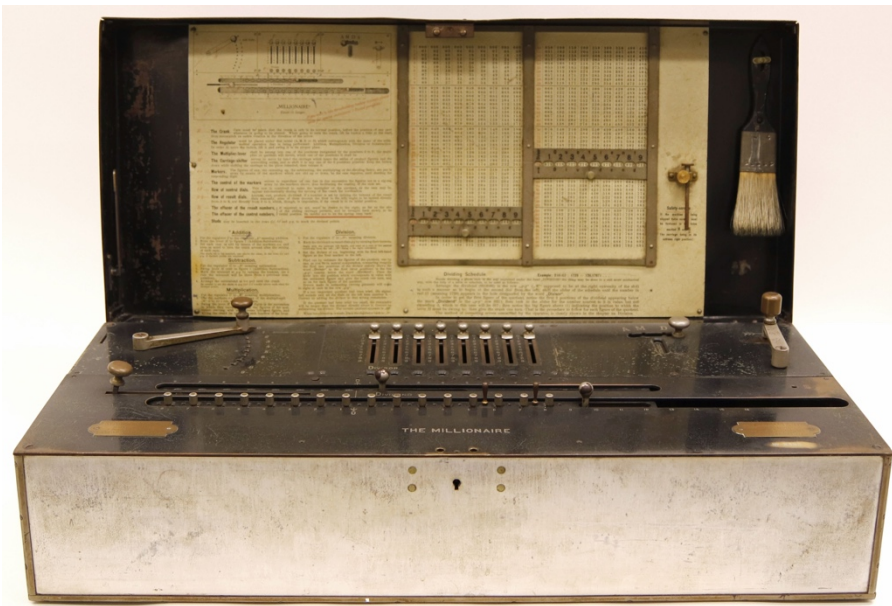


Abb. 5: Nachbau des Direktmultiplizierers Millionär von Guatelli 1. Die Zahlen werden mit den Schiebern eingegeben. Mit der Kurbel (rechts oben) werden die Werte in das Rechenwerk übertragen. Links oben der Multiplikationshebel, der Multiplikationen stark beschleunigt (Bild: Heidi Wiren Bartlett, University Libraries, Carnegie-Mellon-Universität, Pittsburgh).

Zurzeit lassen sich folgende Guatelli-Nachbauten von Rechenmaschinen nachweisen:

Bisher bekannte Nachbauten von Rechenmaschinen

Museo nazionale della scienza e della tecnologia „Leonardo da Vinci“, Mailand

- Pascaline
Nachbau. Mehrere unterschiedliche Originale (1642 ff.) haben überlebt (u.a. Paris, Clermont-Ferrand, Dresden).
- Rechenmaschine von Gottfried Wilhelm Leibniz (um 1694)
Das einzige erhaltene Original ist in der Gottfried-Wilhelm-Leibniz Bibliothek in Hannover.

Computer History Museum, Mountain View, Kalifornien

- Pascaline
Nachbau (1981). Mehrere unterschiedliche Originale (1645) sind erhalten (u.a. Clermont-Ferrand, Paris, Dresden, New York).
- Differenzenmaschine Nr. 1 (Vorführmodell) von Charles Babbage
Nachbau (1972) des Originals von 1833, das sich im Science Museum in London befindet.
- Volkszählungsmaschine von Herman Hollerith (Tabellierer, Sortierer, Kartenstanzer)
- elektrisches Tabelliersystem von Herman Hollerith

Canada Science and Technology Museum, Ottawa

- Pascaline
Nachbau (um 1978). Mehrere unterschiedliche Originale (1642 ff.) sind erhalten (u.a. Clermont-Ferrand, Paris, Dresden, New York).
- Differenzenmaschine Nr. 1 (Vorführmodell) von Charles Babbage
Nachbau (1972) des Originals von 1833, das sich im Science Museum in London befindet.

Carnegie-Mellon-Universität, Pittsburgh, Pennsylvania (Traub-McCorduck Collection)

- Pascaline
Nachbau. Mehrere unterschiedliche Originale (1642 ff.) haben überlebt (u.a. Paris, Clermont-Ferrand, Dresden).
- Rechenmaschine von Gottfried Wilhelm Leibniz (um 1694)
Das einzige erhaltene Original ist in der Gottfried-Wilhelm-Leibniz Bibliothek in Hannover.
- Zählscheibenaddiermaschine von Charles Henry Webb, New York
Webb liess diese Maschine 1868 patentieren. Sie wurde mit einem Stift bedient.
- Tastenaddiermaschine der Adix Company, Mannheim
Erfinder dieses dreistelligen Kolonnenaddierers war Josef Pallweber, Mannheim (Patent 1904). Die tragbare Schaltklinkenmaschine wurde von der Firma Adolf Bordt, Mannheim, gefertigt.
- Millionär
Die erste Millionär der Firma H.W. Egli AG, Zürich, entstand 1893. Die vorliegende Maschine mit Seriennummer Nr. 2380 wurde etwa 1916 gefertigt. Erfinder der Maschine war Otto Steiger.

IBM Corporate Archives, Poughkeepsie, New York (Konzernarchiv)

Im IBM-Archiv gibt es neben der Pascaline weitere Nachbauten von Guatelli. Es ist nicht bekannt, wer Urheber der Rechenmaschinen von Leibniz, Leupold/Braun/Vayringe, Morland, der analytischen und der Differenzenmaschine von Charles Babbage, der Differenzenmaschine 2 von Edvard und Pehr Scheutz ist. Leider sind keine Auskünfte erhältlich.

Modelle von Leonardo da Vinci

Es gibt manche Museen mit Modellen von Leonardo da Vinci, z.B. in Vinci, Florenz und Mailand. Handgefertigte Nachbauten von Roberto Guatelli und Joe Mirabella sind im Long Island Science Center, Riverhead, NY ausgestellt. Im Museo Leonardiano di Vinci gibt es nach Auskunft von Marta Montagnaro nur ein einziges Modell von Guatelli, nämlich der Carro automotore (selbstfahrender Wagen, 1952).

Im IBM-Konzernarchiv in Poughkeepsie, New York gibt z.B. folgende Guatelli-Modelle von Leonardo da Vinci: fahrbare mechanische Musiktrommel, Flugmaschine, Hubschrauber, Wegmesser, Schaufelradschiff, ausziehbare Leiter.

Meilensteine der Rechentechnik

Eine ausführliche Darstellung zu den Rechenmaschinen von Pascal, Leibniz, Babbage, Hollerith, Millionär finden Sie im folgenden Werk (vgl. Abb. 6 und 7):

Herbert Bruderer: Meilensteine der Rechentechnik. Band 1: Mechanische Rechenmaschinen, Rechenschieber, historische Automaten und wissenschaftliche Instrumente, 2., völlig neu bearbeitete und stark erweiterte Auflage, Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston 2018, XXIV, 727 Seiten,
<https://www.degruyter.com/view/product/480555>

Herbert Bruderer: Meilensteine der Rechentechnik. Band 2: Erfindung des Computers, Elektronenrechner, Entwicklungen in Deutschland, England und der Schweiz, 2., völlig neu bearbeitete und stark erweiterte Auflage, Walter de Gruyter GmbH, Berlin/Boston 2018, XX, 829 Seiten,
<https://www.degruyter.com/view/product/503373>



Abb. 6 (links): Titelbild von Band 1 der „Meilensteine der Rechentechnik“ mit Rundbaumaschine von Sauter (© De Gruyter, Berlin/Stadtmuseum Göteborg)

Abb. 7 (rechts): Titelbild von Band 2 der „Meilensteine der Rechentechnik“ mit Turing-Welchman-Bombe (© De Gruyter, Berlin/National museum of computing, Bletchley Park)

Quellen

Buchwald, Jed; Stewart, Larry (Hg.): The romance of science: Essays in honour of Trevor H. Levere, Springer international publishing AG, Cham 2017, IX, 310 Seiten

Fleck, Glen: A computer perspective, Harvard university press, Cambridge, Massachusetts, 1973, 174 Seiten (Exhibition designed by the office of Charles and Ray Eames, IBM Exhibit center, New York City)

Heydenreich, Ludwig Heinrich: Leonardo da Vinci, the scientist, Collections of the department of arts and sciences, International Business Machines corporation, New York 1951, 23 Seiten

Kaplan, Erez: The controversial replica of Leonardo da Vinci's adding machine, in: IEEE Annals of the history of computing, Band 19, 1997, Heft 2, Seiten 62–63

Moon, Francis Charles: The machines of Leonardo da Vinci and Franz Reuleaux. Kinematics of machines from the Renaissance to the 20th century, Springer, Dordrecht 2007, XXXIII, 417 Seiten

Pantalony, David: Collectors, displays and replicas in context: What we can learn from provenance research in science museums, in: Jed Buchwald; Larry Stewart (Hg.): The romance of science: Essays in honour of Trevor H. Levere, Springer international publishing AG, Cham 2017, Seiten 268–274

Strickland, Jim: Who was that guy? Roberto Guatelli, in: Computer history museum, Mountain View, Kalifornien, volunteer information exchange, Band 2, 15. Februar 2012, Nr. 3.

Weitere Auskünfte

Herbert Bruderer, Seehaldenstrasse 26, Postfach 47, CH-9401 Rorschach
+71 41 855 77 11, bruderer@retired.ethz.ch; herbert.bruderer@bluewin.ch

Februar 2019

© Bruderer Informatik, CH-9401 Rorschach, Schweiz 2019

30. Schweizerischer Tag über Mathematik und Unterricht

Die Schweizerische Mathematische Gesellschaft SMG, die Deutschschweizerische Mathematikkommission DMK und die ETH Zürich laden Sie herzlich zu dieser Weiterbildungsveranstaltung ein.

Ort: Kantonsschule Frauenfeld, Frauenfeld
Datum: Mittwoch, 11. September 2019
Organisation: Meike Akveld (ETH), Christian Häni (Kantonsschule Frauenfeld), Juan Lächli (Kantonsschule Frauenfeld), Lorenz Halbeisen (ETH), Norbert Hungerbühler (ETH)
Anmeldung: bis 1. September 2019

Programm

Check-in: Kaffee, Apfelsaft und Gipfeli; Verkauf von Bons fürs Mittagessen (25 CHF).	09.30 – 10.00 Uhr
Begrüssung	10.00 – 10.15 Uhr
Vortrag: Albrecht Beutelspacher (Justus-Liebig-Universität Gießen) <i>Das Potential mathematischer Experimente – mit Hand, Kopf und Herz</i>	10.15 – 11.15 Uhr
Kurze Pause	11.30 – 11.45 Uhr
Workshops (siehe unten)	11.45 – 12.45 Uhr
Mittagessen: Mensa	12.45 – 14.00 Uhr
Workshops (siehe unten)	14.00 – 15.00 Uhr
Kaffeepause	15.00 – 15.30 Uhr
Vortrag: Hans Walser <i>Streifen</i>	15.30 – 16.30 Uhr
Ende der Veranstaltung	16.30 Uhr

Workshops

Die folgenden Workshops finden je zweimal parallel an der im Programm aufgeführten Zeit statt.

- *"Notizen, Beispiele und Aufgaben fürs Schwerpunktfach"* - ein Lehrmittel für Mathematik und ihre Anwendungen an der Schule, Jan-Mark Iniotakis (Kantonsschule Wohlen/MNG Rämibühl)
- *Die Mathematik des Jüdischen Kalenders*, Claudia Albertini (Pädagogische Hochschule Zürich und Universität Zürich) und Martin Huber (i.R., ZHAW und Universität Zürich)
- *Mathematische Herausforderungen für interessierte Schülerinnen und Schüler*, Kaloyan Slavov (ETH)
- *Statistik in Maturaarbeiten*, Hans Rudolf Künsch (ETH)
- *Die Bernoulli'sche Lemniskate im Unterricht*, Juan Lächli (Kantonsschule Frauenfeld)
- *Buchvorstellung: Neues DMK-Geometrielehrmittel*, Heinz Klemenz (Kantonsschule Rychenberg und Universität Zürich) und Michael Graf (Kantonsschule Rychenberg)
- *Von Kepler via Hamilton zu Newton oder ein Loblied auf die Kettenregel*, Martin Gubler (Kantonsschule Frauenfeld)

Weitere Informationen zu den Vorträgen, Workshops, Anreise sowie das Anmeldeformular finden Sie unter: www.math.ch/TMU2019

Schnupperstudium Informatik am D-INFK der ETH Zürich

Lara Schmid, Co-Leiterin CSNOW - Network of Women in Computer Science of D-INFK

CSNOW ist das Netzwerk für Frauen in der Informatik am Departement Informatik der ETH Zürich, welches nun seit 25 Jahren existiert. Jedes Semester veranstaltet CSNOW eine Schnupperstudium-Woche, in welcher Schülerinnen, die kurz vor der Matura stehen, eingeladen werden, um mehr über Informatik und das Studium an der ETH zu erfahren. Diesen Februar durfte CSNOW 40 Schülerinnen begrüßen, so viele wie wohl noch nie zuvor!

Die Woche startete mit einer kurzen Begrüssungsrunde und einem Gipfeli-Frühstück. Nach dieser Stärkung begann bereits die erste Lektion zur Einführung in die Programmierung. Die Schülerinnen bekamen eine Erklärung, was Programmieren ist und eine Einführung in die Programmiersprache Java. Am Nachmittag konnten sie das Gelernte bereits selber im Computer-Labor ausprobieren. Um die Programmieraufgaben erfolgreich zu meistern, bildeten die Schülerinnen Gruppen von 2-4 Personen. Die Schülerinnen sollten dabei lernen, dass Informatik oft Teamwork voraussetzt.

In den folgenden Tagen lernten die Schülerinnen dann immer mehr Konzepte der Programmierung und konnten diese jeweils in den Übungen selber anwenden. Ab Mittwoch haben sie zusätzlich zu Java Android Studio kennengelernt, mit welchem man Applikationen für Android-Mobiltelefone programmieren kann. So hatten die Schülerinnen in den letzten zwei Tagen die Gelegenheit in Gruppen ihre eigene App zu programmieren. Auch wenn es am Anfang schwierig war in Android Studio den Überblick zu behalten, mit der tollen Mithilfe von unseren Hilfsassistenten konnten am Freitag alle Gruppen eine nahezu fertige App präsentieren.

Gespannt verfolgten die Teilnehmerinnen die Präsentationen der verschiedenen Apps. Viele verschiedene Spiele wurden programmiert, wie zum Beispiel Tic Tac Toe, Memory, Quizzes, aber auch Persönlichkeits-Tests und andere interaktive Spiele wurden präsentiert. Es war sehr schön zu sehen, wie gross die Freude sein kann, wenn man die eigene App auf sein Telefon herunterladen und mit nachhause nehmen kann! Die Schülerinnen waren begeistert und haben in einem Wettbewerb die tollste App ausgezeichnet.

Nebst dem Programmieren haben die Schülerinnen auch an zahlreichen Vorträgen von Professorinnen und Mitarbeitenden des Departements verschiedene Aspekte der Informatik kennengelernt. Dabei lernten sie auch spannende Anwendungen der Informatik kennen, zum Beispiel wie die Informatik eingesetzt werden kann, um geometrische Objekte im richtigen Leben zu simulieren. Wie jedes Jahr war die Vorlesung über die Theoretische Informatik eine der beliebtesten. Obwohl das Thema sehr komplex ist, haben viele der Schülerinnen am Schluss verstanden warum es einige Probleme gibt, welche ein Computer nie lösen kann.



Die Schnupperstudium Teilnehmerinnen am letzten Tag mit den CSNOW T-Shirts.



Die Schülerinnen am Programmieren im Labor und beim aufmerksamen Zuhören im Schulzimmer.

Ein weiteres Highlight war für die Schülerinnen, dass sie am Dienstagnachmittag Google besuchen durften. In kurzen Vorträgen und schliesslich einem Rundgang durch die Büros, konnten die Schülerinnen einen Eindruck gewinnen wie ein Arbeitsplatz nach dem Informatikstudium aussehen könnte.

Rückblickend hoffen wir, dass wir den Schülerinnen mit der Mischung aus Programmieren, Vorträgen, und dem Firmenbesuch einen besseren Einblick vermitteln konnten was Informatik ist. So freut es uns besonders, dass eine Schülerin als Rückmeldung geschrieben hat "Hat mir sehr viel geholfen für die kommende Entscheidung für meine Zukunft." Einige Schülerinnen haben am Ende gesagt, sie können sich nun vorstellen Informatik zu studieren. Eine Teilnehmerin hat geschrieben "Vielen Dank für diese spannende, coole und inspirierende Woche!". Diesen Dank können wir nur zurückgeben. Es würde uns freuen, wenn wir viele von den Schülerinnen bald als Studentinnen am Departement begrüßen dürfen!

Weitere Informationen zu CSNOW und dem Schnupperstudium: <http://www.csnow.inf.ethz.ch/fuerschuelerinnen/schnupperstudium/ziele-und-inhalte.html>



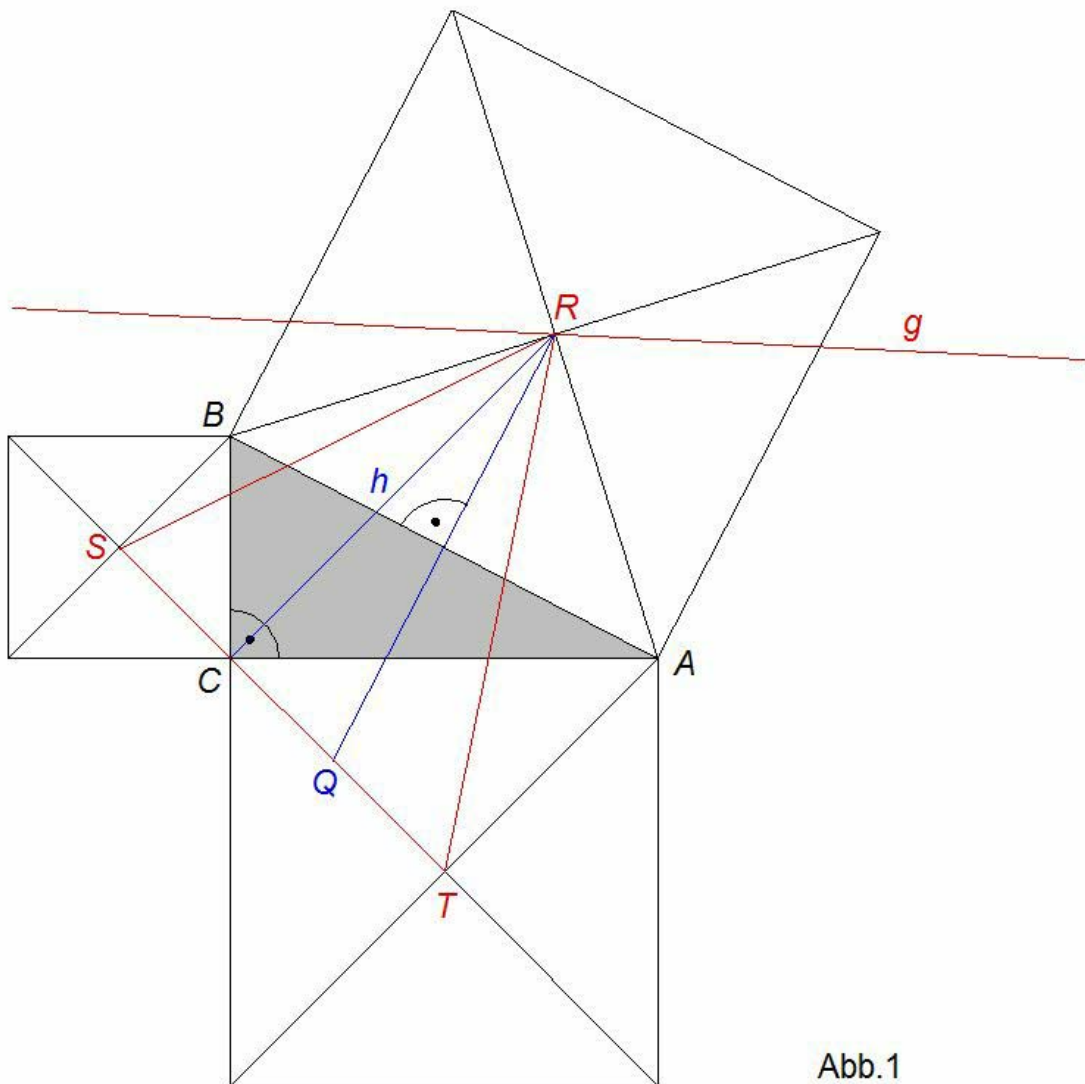
Die Schülerinnen arbeiten eifrig an den Übungen und ihren Projekten.

Ein interessantes geometrisches Problem

Elia von Salis, 3f Rämibühl MNG, elia.von.salis@gmail.com

Kürzlich forderte mich mein Grossvater mit folgendem Problem heraus:

Gegeben sind eine Strecke \overline{ST} und eine Gerade g , die nicht parallel zur gegebenen Strecke ist. Finde einen Punkt $R \in g$ so, dass die Punkte R, S und T die Mittelpunkte der Quadrate über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks ABC sind. Konstruiere anschliessend das Dreieck ABC .



Packt man das Problem umgekehrt an, indem man sorgfältig zuerst das gesuchte rechtwinklige Dreieck ABC zeichnet und anschliessend die Mittelpunkte R, S und T der Quadrate über den Seiten des rechtwinkligen Dreiecks konstruiert, so sieht man sofort, dass der Punkt C ein Punkt der Strecke \overline{ST} sein muss, und man vermutet, dass die Verbindung von R nach C senkrecht auf \overline{ST} steht. Misst man nach, so vermutet man zusätzlich, dass die Strecken \overline{RC} und \overline{ST} gleich lang sind. Wenn dies alles wirklich zutrifft, so ist die Konstruktion sehr einfach:

1. Man zeichnet eine Parallele zu \overline{ST} in einem Abstand h , der gleich gross ist wie die Länge der Strecke \overline{ST} und schneidet diese Parallele mit der Geraden g . Der Schnittpunkt ist der Mittelpunkt R des Quadrates über der Hypotenuse c des gesuchten rechtwinkligen Dreiecks.
2. Man zeichnet das Lot vom gefundenen Punkt R auf die Strecke \overline{ST} und findet den Punkt C des rechtwinkligen Dreiecks. Der Rest ist trivial.

Im Folgenden zeige ich zuerst, dass die erste Vermutung zutrifft: die Strecken \overline{RC} und \overline{ST} stehen senkrecht aufeinander.

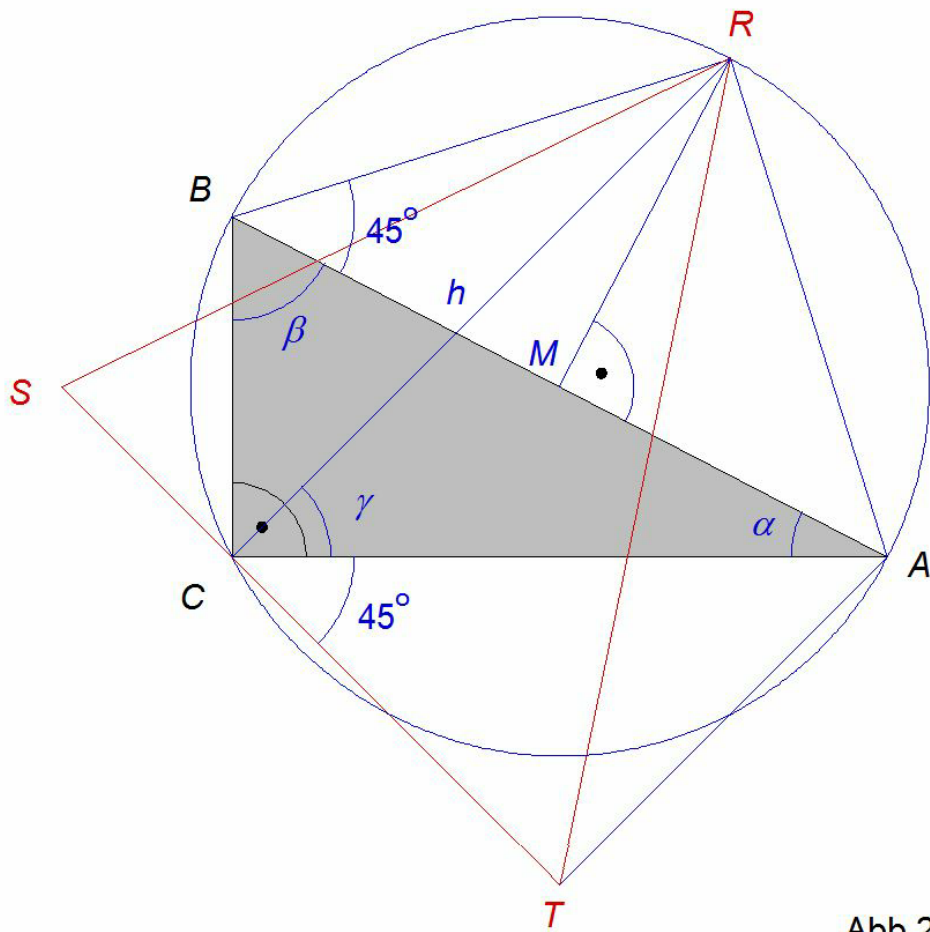


Abb.2

Wir zeichnen dazu den Thaleskreis mit dem Mittelpunkt M . Dieser Kreis verläuft auch durch den Mittelpunkt R des Quadrates über der Hypotenuse. Wir müssen zeigen, dass $\gamma = 45^\circ$ ist. Das ist aber klar, denn γ ist Peripheriewinkel zur Sehne \overline{AR} , deren Zentriwinkel 90° beträgt.

Die zweite Behauptung lautet: $|\overline{RC}| = |\overline{ST}|$

Zum Beweis betrachten wir die Abb. 3:

Die Dreiecke BCX und ARX sind ähnlich (Zentriwinkel und 45°). Deshalb ist der Winkel ARD gleich β . Die Dreiecke ARD und RBE sind kongruent (gleiche Winkel, gleiche Hypotenuse).

Es gilt demnach: $|\overline{CE}| = |\overline{BE}| = |\overline{SC}| = |\overline{DR}|$ und $|\overline{CD}| = |\overline{CT}|$

Daraus folgt: $|\overline{CD}| + |\overline{DR}| = |\overline{SC}| + |\overline{CT}|$ q.e.d.

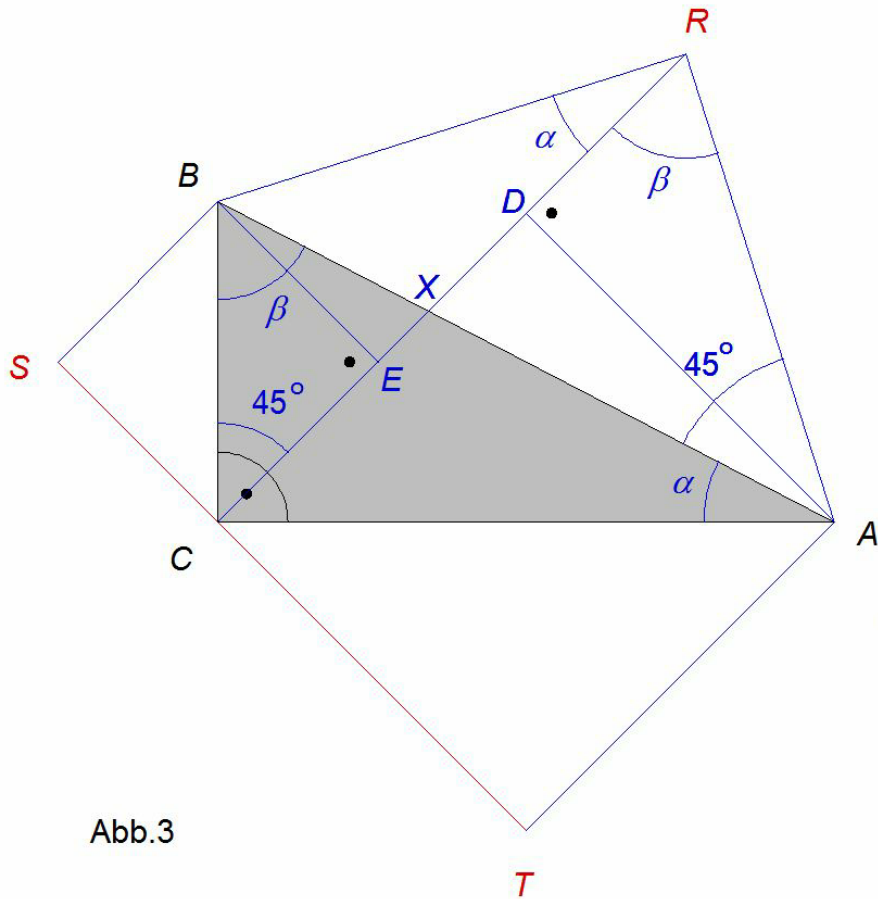


Abb.3

Bemerkungen:

1. Man kann ferner zeigen, dass $|\overline{SC}| = |\overline{QT}|$ gilt. (siehe Abbildung 1)
2. Das Problem ist nur dann lösbar, wenn die Projektion von R auf die Gerade durch S und T (Punkt C) innerhalb der Strecke \overline{ST} liegt. Dann aber eindeutig. Allenfalls gibt es 2 Punkte R.
3. Interessant, aber weit schwieriger wäre das folgende Problem:
Gegeben sind die Mittelpunkte R, S und T der Quadrate über den Seiten eines beliebigen Dreiecks ABC. Konstruiere daraus das Dreieck ABC!



Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Kolloquium über Mathematik, Informatik und Unterricht Programm Frühjahrssemester 2019

Die Vorträge finden jeweils am Donnerstag um 17.15 Uhr im Hörsaal HG G 3 des Hauptgebäudes der ETH Zürich statt. Abgeschlossen werden die Veranstaltungen mit einem Apéro im HG G 69 (D-MATH Common Room).

Donnerstag, 24. Oktober 2019:

Christopher Sangwin, The University of Edinburgh

Donnerstag, 7. November 2019:

Herbert Hunziker, Alte Kantonsschule Aarau

Donnerstag, 21. November 2019:

Laura Keller, ETH Zürich

Donnerstag, 5. Dezember 2019:

Marion Zöggeler, Universität Salzburg

Herzlich laden ein: M. Akveld, D. Grawehr, J. Hromkovič, N. Hungerbühler, H. Klemenz

Diese und weitere Veranstaltungshinweise finden Sie unter:

math.ch/mathematics@school

Olympioniken des logischen Denkens

Mirjam Sager, Wissenschafts-Olympiade, m.sager@olympiad.ch.
Bilder: Mathematik-Olympiade

Zwei junge Zürcher Mittelschüler gewinnen Gold bei der Mathematik-Olympiade. Wer die Schweiz am internationalen Wettbewerb vertritt, wird im Mai entscheiden. Bereits startklar ist das Frauenteam, das in die Ukraine reist. Dort findet vom 7.-13. April die European Girls' Mathematical Olympiad statt.

Die Gewinner der Mathematik-Olympiade 2019:

- **Raphael Angst**, Kantonsschule Im Lee, ZH
- **Valentin Imbach**, MNG Rämibühl, ZH

140 Jugendliche haben in den vergangenen vier Monaten beim Wettbewerb mitgemacht. Ins Final schafften es 24 Mittelschülerinnen- und schüler. Strahlende Gesichter und Applaus dann am Samstag, 30. März an der ETH Zürich: Die Finalisten durften ihre Gold-, Silber- und Bronzemedailles entgegennehmen (Rangliste siehe unten).

Wie führe ich einen mathematischen Beweis?

Die Finalprüfung fand bereits am 01. und 02. März 2019 im Rahmen des Mathematik-Lagers statt. Die Jugendlichen absolvierten zwei 4-stündige Prüfungen à 4 Aufgaben, die Themen hiessen Algebra, Kombinatorik, Geometrie und Zahlentheorie. Die Herausforderung bestand darin, einen mathematischen Beweis zu führen, also eine schlüssige Antwort auf ein Problem zu geben. Besonders Spass hätte er an der Funktionalgleichung gehabt, meint Gewinner Raphael Angst: „Wir erhielten eine Gleichung und mussten herausfinden, welche Funktionen diese Gleichung erfüllen.“ Schritt für Schritt tastete er sich zur Lösung vor, spielte mit Werten, bewertete die Resultate, wiederholte das Ganze. „Ich mag Mathematik seit der Primarschule. Mir gefällt es, dass sie logisch ist und die Anweisungen klar sind“, so der Zürcher.

Zusätzliches Angebot für junge Frauen

Julia Sollberger und Yanta Wang, die Bronze gewannen, mögen Mathe aus demselben Grund: „Was zählt, ist logisches Denken und ein Flair fürs Kombinieren“, erzählt die 17-jährige Julia. Die Baselbieterin Yanta Wang ergänzt: „Das bedeutet auch, dass man wenig Auswendiglernen muss.“ In einer Woche vertreten sie zusammen mit zwei anderen Schülerinnen die Schweiz an der European Girls' Mathematical Olympiad. Diese findet vom 7. – 13. April in Kiew in der Ukraine statt. Der Anlass, der 2017 in der Schweiz zu Gast war, will junge Frauen zusätzlich fördern. Denn Frauen sind in der Mathematik weiterhin untervertreten, sowohl in Studium und Lehre, als auch in der Arbeitswelt. Für Julia und Yanta ist jetzt schon klar, dass sie nach der Matura Mathe studieren möchten.

Wer vertritt die Schweiz am grössten internationalen Mathe-Wettbewerb?

Die 13 Medaillen- und 2 Wildcardgewinner treten im Mai zur letzten Prüfung an. Dann entscheidet sich, welche sechs Schülerinnen und Schüler die Schweiz an der Internationalen Mathematik-Olympiade (11.-22. Juli) in Bath, Grossbritannien vertreten. Ein weiteres Team darf an die Middle European Mathematical Olympiad nach Tschechien reisen. Ein wenig aufgeregt sei er schon, meint Gewinner Raphael Angst: „Ich war letztes Jahr schon im internationalen Team, muss mir aber trotzdem Mühe geben bei der Prüfung.“ Schafft Raphael die letzte Hürde, so kämpft er mit seinem Kopf um Medaillen, zusammen mit 600 Jugendlichen aus über 100 Ländern.

Einblicke



Olympiade im Klassenzimmer

Ab Herbst 2019 können sich Ihre Schülerinnen und Schüler für den Wettbewerb anmelden. Informieren Sie sich auf imosuisse.ch.

Rezension: **Nützliche und schöne Geometrie**

Wolfgang Zeuge

«Nützliche und schöne Geometrie»

Eine etwas andere Einführung in die Euklidische Geometrie

Springer Spektrum, 2018, x+149 Seiten

ISBN 978-3-658-22832-3

Louis Locher-Ernst begann seinerzeit seine Besprechung von Karl Strubeckers «Einführung in die höhere Mathematik» wie folgt: *"Man kann drei Sorten von Büchern unterscheiden: erstens solche Bücher, die man nach dem aufmerksamen Durchblättern ungelesen auf die Seite legt, zweitens solche, bei denen die erste Durchsicht zum Entschluss führt, dies und jenes gelegentlich genauer zu lesen. Bei der dritten Sorte erweckt schon die flüchtige Einsichtnahme den Wunsch, das Buch unbedingt selbst zu besitzen. Das vorliegende Werk von Strubecker gehört ohne Zweifel zur letztgenannten Sorte."* Diese Einschätzung trifft nach meinem Dafürhalten ohne Einschränkung auch auf die vorliegende handliche Buchausgabe «Nützliche und schöne Geometrie» von Wolfgang Zeuge zu.

Es ist schlichtweg erstaunlich, was für eine Vielfalt an faszinierenden Fragestellungen, Sachverhalten und Problemen aus der Euklidischen Geometrie Wolfgang Zeuge zusammengetragen hat, die auch erfahrenen und in der Thematik versierten Kolleginnen und Kollegen den Horizont erweitern wird. Wer etwa kennt den Satz von Eddy, wonach die Halbierende des rechten Winkels im Rechtwinkeldreieck das gegenüberliegende Hypotenusenquadrat in zwei kongruente Teile zerlegt? Nebst den diversen mathematischen Perlen, die in diesem Buch präsentiert werden, sind es speziell auch die unterschiedlichen und klug gewählten Blickwinkel, unter welchen die bekannten und weniger bekannten geometrischen Aussagen betrachtet werden. Und erfreulich groß ist auch die Palette der eingesetzten Beweismethoden: konstruktive, rechnerische, abbildungsgeometrische, physikalische und natürlich auch die Verallgemeinerung respektive Spezialisierung sowie – Symmetrien ausnutzend – die Methode des bloßen, jedoch gezielt exakten Betrachtens einer Figur.

Und genau diese Aspekte machen den enormen Nutzen dieses Buches aus. Herangezogen im curricularen Geometrieunterricht kann es nämlich immer wieder; denn in einem ersten Fall erlaubt es eine vertiefte Auseinandersetzung mit einem mathematischen Satz oder einer Thematik, in einem zweiten anderen liefert es eine spannende Verallgemeinerung zum behandelten Gegenstand und schließlich kann es geradezu in idealer Weise auch zu herausfordernden und bereichernden Abschlusslektionen beitragen. Überaus wertvoll finde ich zudem die an diversen Stellen eingestreuten historischen und alltagspraktischen Bezüge.

Inhaltlich ist das Buch in drei Abschnitte unterteilt, die je aus drei Kapiteln bestehen. Teil I (Grundlegendes) setzt sich aus den Kapiteln *Aller Anfang ist einfach* (16 Seiten), *Rund um den Satz des Pythagoras* (12 Seiten) und *Die trigonometrischen Funktionen und ihre Anwendungen* (22 Seiten) zusammen. Teil II (Schöne Dreieckssätze) enthält die Kapitel *Ausgezeichnete Geraden und Punkte beim Dreieck* (15 Seiten), *Von Dreiecken und Quadraten* (12 Seiten) sowie *Dreiecke über Dreiecke* (12 Seiten). Der abschließende Teil III (Von Vierecken und Kreisen) umfasst die drei Kapitel *Vierecke* (16 Seiten), *Kreissätze* (18 Seiten) und *Rund um Schustermesser und Salzfass des Archimedes* (9 Seiten). Eine Literaturliste sowie ein knapp zweiseitiger Index runden dieses äusserst gefällige Buch ab.

Kurz: Ich kann diese «Nützliche und schöne Geometrie» von Wolfgang Zeuge, der fast vierzig Jahre lang als Mathematiker an der Helmut-Schmidt-Universität in Hamburg tätig war, allseits und ohne jedwelche Vorbehalte empfehlen!

Hansjürg Stocker, Wädenswil

hjstocker@bluewin.ch

Geometrie 2: Der zweite Band des neuen Geometrie-Lehrmittels der DMK ist erschienen

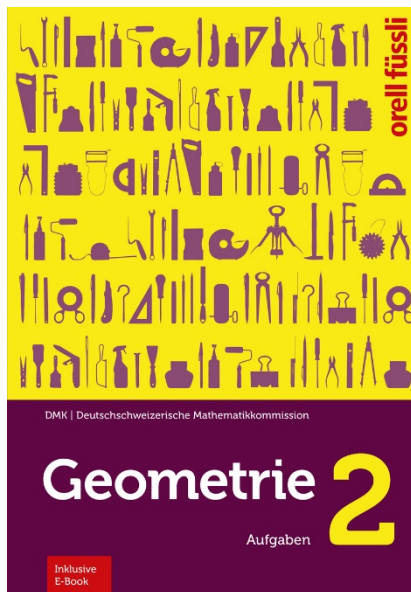
Der Deutschschweizerischen Mathematikkommission (DMK) ist es zusammen mit den Autoren Heinz Klemenz und Michael Graf gelungen, ein qualitativ hochstehendes Lehrmittel zur Geometrie herauszugeben, welches in zwei Bänden den gesamten gymnasialen Geometriestoff des Grundlagenfachs Mathematik gemäss «Kanon Mathematik» abdeckt.

«Geometrie 2» enthält Aufgaben zu den Themen Ähnlichkeit, Trigonometrie, Räumliche Geometrie, Vektoren und Analytische Geometrie. Im Gegensatz zu klassischen Lehrmitteln, deren Aufgaben oft den Charakter des «Einübens» aufweisen, starten die meisten Abschnitte in der Aufgabensammlung «Geometrie 2» mit Übungen, welche unmittelbar an das Vorwissen anknüpfen, oder mit Aufgaben, die Wege aufzeigen, um neue Lerninhalte möglichst selbständig zu erschliessen.

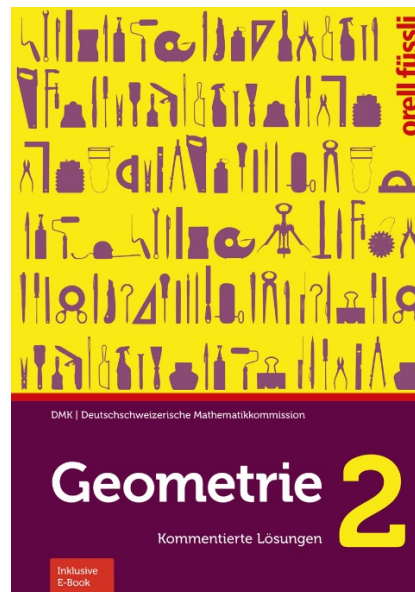
Die Vielzahl der Aufgaben bringt es mit sich, dass nicht alle Kapitel ausführlich behandelt werden können. Die Lehrperson kann eine dem schulischen Lehrplan angepasste Auswahl treffen. Gleichzeitig hat sie die Möglichkeit, selber Akzente bei besonders interessanten Themen zu setzen. Die letzten Abschnitte in jedem Kapitel enthalten vermischte Aufgaben zum Repetieren, aber auch Übungen zum Vertiefen und Erforschen von zusätzlichen Aspekten des Lerngegenstandes.

Die Lösungsbände enthalten neben ausführlichen Wegen zu numerischen Ergebnissen auch fertig ausgeführte Zeichnungen zu Konstruktionsaufgaben. Aufwändigere Dispositionen werden als Arbeitsblätter zur Verfügung gestellt, so dass auch hier der Vorbereitungsaufwand für die Lehrperson gering ist.

Franz Meier, DMK-Mitglied



DMK (Hrsg.)
Heinz Klemenz, Michael Graf
Geometrie 2
Aufgaben inklusive E-Book
160 Seiten, 18.4 x 26.5 cm, broschiert
ISBN 978-3-280-04137-6, Fr. 32.-



DMK (Hrsg.)
Heinz Klemenz, Michael Graf
Geometrie 2
Kommentierte Lösungen inklusive E-Book
192 Seiten, A4, broschiert
ISBN 978-3-280-04138-3, Fr. 87.-

Orell Füssli Verlag - Bestellungen: www.ofv.ch/lernmedien

Construction d'une balance du watt en bois

Gymnase Français de Bienne

Lysiane André

lysiane.caroline@gmail.com

1. Introduction

« Un des plaisirs que procure le fait d'être un chercheur en métrologie est que cela nous emmène au premier plan de la science. » (Prof. A.J. Wallard, directeur honoraire du BIPM)

La métrologie, ou la science de la mesure, est une discipline importante mais peu connue. Pourtant, elle se situe au premier plan de la recherche scientifique, de l'activité économique et des besoins des consommateurs. Elle nous concerne aussi particulièrement car la Suisse fait partie de l'un des quatre pays du monde possédant une balance du watt, utilisée pour redéfinir le kilogramme. La redéfinition de cette unité de masse a été ces dernières années le plus grand projet mondial en métrologie, dont l'enjeu était de remplacer l'ancienne définition basée sur le kilogramme étalon exposé à Paris par une définition basée sur une constante physique. Cette décision a été votée le 16 novembre 2018 à Paris par la Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) qui a approuvé la révision du Système international d'unités (SI), et ainsi accepté la redéfinition du kilogramme, mais aussi de la mole, du kelvin et de l'ampère. Le SI révisé entrera en vigueur le 20 mai 2019.

J'ai eu le privilège de me pencher sur ce thème de la physique – plus précisément la balance du watt – à l'occasion de mon travail de maturité de dernière année de gymnase. Pour ce travail, je me suis inspirée de la balance en bois qu'a construite Grady Hillhouse (<https://www.youtube.com/watch?v=EASG8j44M3M&t=3s>), elle-même basée sur la balance en LEGO conçue par les scientifiques du NIST, l'institut de recherches en métrologie aux Etats-Unis où se trouve également une balance du watt (https://www.youtube.com/watch?v=oST_krdqLPQ).

2. Histoire du kilogramme

Proposé par l'Académie des Sciences, le premier système de mesure est apparu en 1793 lors de la Révolution française. Le mètre, la seconde ou le kilogramme sont toutes des unités nées cette année-là. L'unité de masse, le kilogramme, est définie alors comme étant la masse d'un décimètre cube d'eau pure à 4°C. En 1889, les prototypes internationaux du mètre et du kilogramme – ou « étalons » – sont acceptés par la CGPM et exposés à Paris. « Ce prototype sera considéré désormais comme unité de masse », déclare la CGPM à propos du kilogramme étalon, surnommé Grand K, ce qui signifie qu'un kilogramme est dorénavant absolument égal à la masse du Grand K.

Mais ces définitions sont imprécises, car elles reposent sur des objets matériels ou sur des mesures inexactes. Les métrologues ont donc cherché des méthodes pour faire reposer ces unités sur des constantes physiques, qui sont plus précises et surtout universelles. Depuis 1983, la définition du mètre repose sur la vitesse de la lumière dans le vide, mais la définition du kilogramme doit attendre jusqu'en mai 2019 pour être basée sur une constante physique, la constante de Planck. Pour cette dernière redéfinition, deux techniques différentes dont la mise en œuvre requiert une précision très élevée ont été retenues : la sphère de silicium et la balance du watt.

- Sphère de silicium

La première méthode consiste en une sphère d'un kilogramme presque parfaitement ronde composée de silicium 28. Le diamètre de la sphère est mesurable précisément, et par lui le volume total de la sphère. On lie masse et volume en fixant le kilogramme comme étant la masse d'une sphère d'un certain rayon.

- Balance du watt

La seconde méthode est une balance conçue en 1975 par Bryan Kibble, qui eut l'idée de comparer une puissance mécanique à une puissance électrique, et ce via deux phases bien distinctes : les phases statique et dynamique. Le watt est l'unité de la puissance, d'où le nom de la balance (qui est d'ailleurs aujourd'hui officiellement appelée Balance de Kibble en mémoire de son inventeur). Le principe de cette expérience est simple, mais sa réalisation demande beaucoup de travail. Les métrologues y ont travaillé à plein temps et durant de longues années afin d'obtenir la plus haute précision possible pour tous les différents paramètres de la balance.

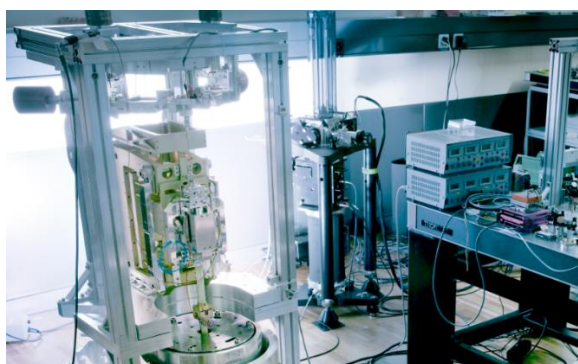


Figure 1 – Balance du watt à METAS.
Source : www.metas.ch

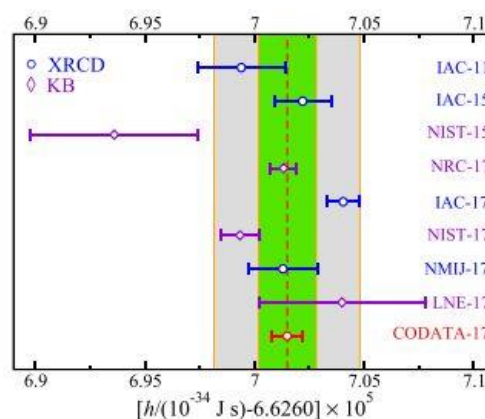


Figure 2 – Valeurs de la constante de Planck obtenues à l'aide de la sphère de silicium (en bleu) et de la balance du watt (en violet).
Source : <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1681-7575/aa950a>

Elle est basée sur deux principes quantiques liés à la constante de Planck h : les effets Josephson et Hall quantique. Cette constante, qui joue un rôle capital pour la redéfinition du kilogramme, a été définie grâce à la sphère de silicium et à la balance du watt avec une mesure d'incertitude de l'ordre de 10^{-8} en 2017, ce qui est suffisant pour la redéfinition du kilogramme. Mais le 20 mai 2019, lors de l'entrée en vigueur du nouveau SI, elle sera rendue fixe et n'aura donc plus d'incertitude. Les scientifiques travaillant sur la balance du watt dans divers pays – principalement USA, Canada, France, Suisse – et ceux travaillant sur la sphère de silicium – principalement Allemagne, Italie et Japon – ont pris les mesures nécessaires pour calculer la constante de Planck. En Suisse, les recherches se font à l'Institut fédéral de métrologie METAS. Dans le cas de la balance du watt, h est mesurée à partir des copies du Grand K. On devait donc partir du kilogramme pour définir la constante. Cette mesure a exigé beaucoup de minutie, et les scientifiques se sont finalement mis d'accord à fin 2017 pour lui donner la valeur de $6,626\,070\,150 \cdot 10^{-34}$ Js (figure 2).

Lorsque le nouveau SI entrera en vigueur le 20 mai 2019, le Grand K ne sera plus la référence absolue. C'est la constante de Planck, une constante de la nature, qui sera absolue et qui servira dorénavant à définir le kilogramme. C'est la même démarche qui a été appliquée en 1983 à l'unité du mètre, la vitesse de la lumière ayant été définie avec une valeur fixe sans incertitude. L'analogie suivante peut aider à comprendre les similitudes entre les unités du mètre et du kilogramme :

	Kilogramme	Mètre
Ancienne définition	Kilogramme étalon	Mètre étalon
Outil de redéfinition	Balance du watt, sphère de silicium	Laser
Constante physique	Constante de Planck	Vitesse de la lumière

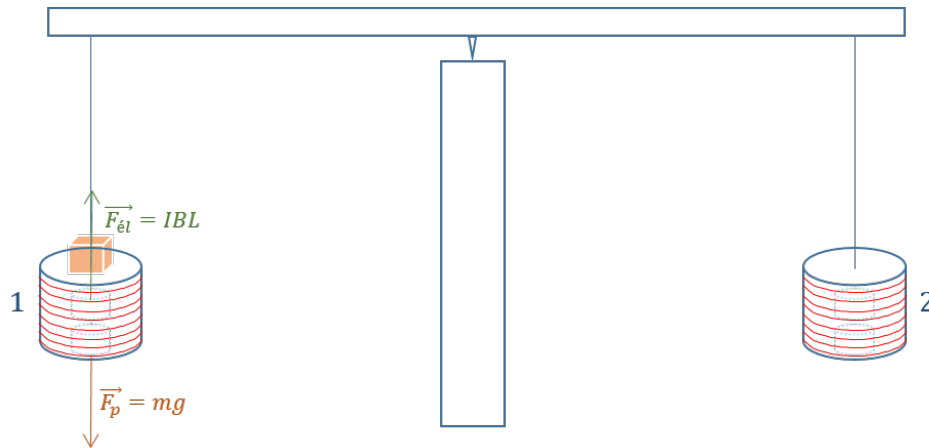
3. Fonctionnement de la balance du watt

La balance du watt ressemble à une balance normale à deux fléaux. Un pilier central fixé sur le socle soutient le balancier, troué en son centre par un pivot aux angles bien aiguisés qui repose sur une petite plaque de verre. À chaque extrémité du balancier est suspendue une bobine enroulée de fil de cuivre. Ces bobines sont creuses et ne touchent pas le socle de la balance. Les bobines se déplacent verticalement autour de deux aimants en répulsion fixés sur une vis posée sur le socle, formant un champ magnétique principalement horizontal.

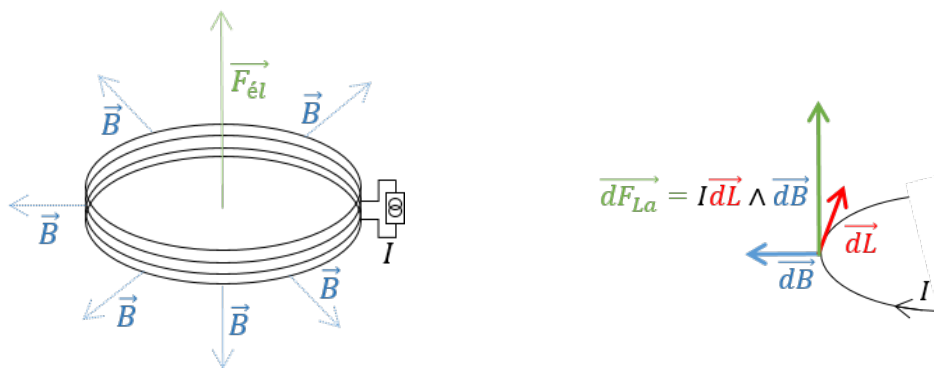
L'expérience se déroule en deux phases, complètement indépendantes l'une de l'autre : les phases statique et dynamique.

- Phase statique

Durant la phase statique, on pose une masse d'un côté de la balance, ce qui engendre une force de pesanteur déséquilibrant la balance. Pour compenser cette force, dans le cas d'une balance normale, on mettrait un poids identique et si possible étalonné sur l'autre plateau pour que la balance soit en équilibre, pour ensuite comparer les deux poids et connaître la masse souhaitée. Mais ici, on compense la force de pesanteur F_p par une autre force : la force électromagnétique F_{el} . Pour ce faire, on applique un courant à la bobine de gauche (ci-après appelée bobine 1) sur laquelle est posée la masse inconnue.



Comme un champ magnétique se trouve à l'intérieur de la bobine 1, une force électromagnétique est engendrée verticalement dans la direction opposée selon la formule de Laplace : $F_{el} = IBL$



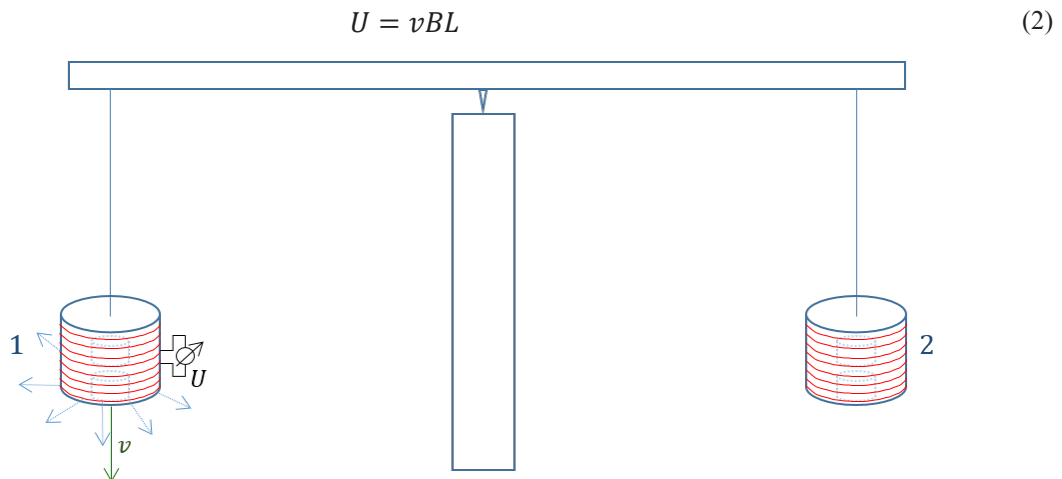
Cette formule exprime la force F_{el} agissant sur un fil de longueur L parcouru par un courant I dans un champ magnétique B lorsque la direction du fil est perpendiculaire au champ. On mesure le courant nécessaire pour compenser parfaitement la force de pesanteur, ce qui permet d'écrire :

$$F_p = mg = F_{el} = IBL \tag{1}$$

Mais le produit BL , qui traduit l'interaction entre la bobine 1 et le champ magnétique, est très difficile voire impossible à calculer. C'est ici qu'intervient la phase dynamique pour contourner cette difficulté.

• Phase dynamique

La phase dynamique se base sur le principe de Faraday, qui stipule que le déplacement d'un conducteur à vitesse v dans un champ magnétique B induit une tension U . Un courant qui circule dans la seconde bobine (bobine 2) génère une force (de Laplace) qui fait bouger les deux bobines. La bobine 2 sert uniquement de moteur, et on mesure la tension induite dans la bobine 1 qui devient donc un générateur. Ainsi la même bobine 1 est utilisée pour la phase statique et la phase dynamique. La bobine bouge perpendiculairement au champ magnétique B . Avec la loi d'induction, on peut montrer que :



Nous retrouvons à nouveau le même produit BL que pour la phase statique car la configuration bobine-aimant est la même. En réarrangeant les équations (1) et (2) et en y substituant le produit BL , nous obtenons :

$$\frac{mg}{I} = \frac{U}{v} \Leftrightarrow mgv = UI \quad (3)$$

On reconnaît une équation de puissance : puissance mécanique à gauche et électrique à droite. C'est la raison pour laquelle cette balance est nommée balance du watt, qui est l'unité utilisée pour exprimer une puissance. En recombinaison cette équation, on obtient une équation pour la masse :

$$m = \frac{UI}{gv} \quad (4)$$

On peut donc trouver la valeur d'une masse inconnue en mesurant un courant I , une tension U et une vitesse v , sans que la masse n'intervienne.

4. Description de la balance en bois

Le socle, les piliers et le balancier de ma balance sont en bois, obtenu dans un atelier de menuiserie. Les bobines, également en bois, tout d'abord usinées par mon frère sur un tour de son entreprise à partir d'un poteau circulaire, ont été ensuite bobinées à METAS avec du fil de cuivre et fixées au balancier à l'aide de ficelles suspendues à des crochets. Elles sont trouées en leur centre afin d'y placer les aimants en répulsion nécessaires pour créer le champ magnétique. Un pivot en métal posé sur une petite plaquette de verre a été la méthode choisie pour poser le balancier sur les piliers de la balance en ayant le moins de frottement possible.

Un petit laser est fixé au balancier, juste au-dessus de la bobine 1. Ali Eichenberger, chef de projet de la balance du watt à METAS, a fourni le capteur, le laser ainsi que de nombreux conseils.



Figure 3 – Les bobines sont mobiles et se déplacent verticalement autour des aimants fixes.

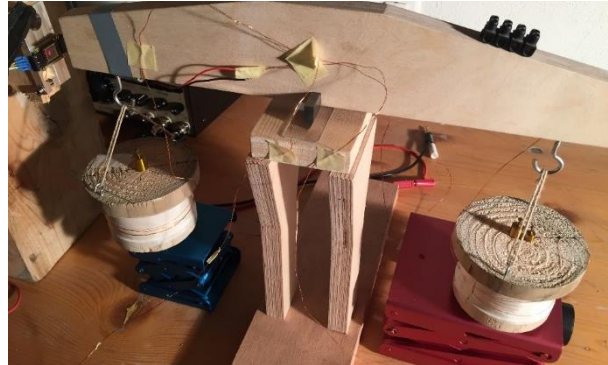


Figure 4 – Le laser projeté contre un détecteur sensible de position permet de mesurer le déplacement de la bobine.

5. Mesure des variables

- Pour une balance du watt « officielle » : précision quantique

À METAS, l'Institut fédéral de métrologie suisse possédant une des cinq balances du watt mondiales, les variables U et I sont mesurées avec une extrême précision à l'aide de deux effets quantiques, respectivement l'effet Josephson pour la tension et l'effet Hall quantique pour le courant. L'effet Josephson consiste à exposer une jonction isolante séparant deux matériaux supraconducteurs à des micro-ondes d'une fréquence f (pour donner un ordre de grandeur, cette fréquence vaut des dizaines de GHz), calculable très précisément. Cela induit une tension de référence U_j exprimée en fonction de f , de la charge de l'électron e ainsi que de la constante de Planck h . À cette tension U_j peut ensuite être comparée la tension U obtenue lors de la phase dynamique. Cette méthode permet donc de définir U de manière quantique. Pour mesurer le courant I également de manière quantique, on utilise la loi d'Ohm $I = U/R$. La tension est à nouveau comparée à l'effet Josephson, et R est comparé à la résistance de Hall R_H , quantifiée par une équation faisant intervenir e et h . Dans ces deux effets, nous voyons apparaître la constante de Planck h qui a servi à redéfinir le kilogramme.

Après quelques calculs, on obtient une équation reliant directement h et la masse m . Jusqu'à présent, h était définie par la masse du kilogramme. À partir du mois de mai prochain, c'est le kilogramme qui sera défini par la constante de Planck.

- Pour une balance en bois

Ma balance est un modèle simplifié des balances du watt officielles. À l'échelle de mon expérience, relier la masse à la constante de Planck en comparant U et I avec les effets quantiques mentionnés ci-dessus n'aurait pas été possible. J'ai pu tout de même atteindre le but de cette expérience, qui était de mesurer une masse en connaissant I , U et v (voir équation 4).

J'ai donc utilisé un multimètre pour mesurer le courant I qu'il faut faire passer dans la bobine lors de la phase statique pour compenser la force de pesanteur engendrée par la masse m (voir équation 1).

Lors de la phase dynamique, U n'est pas constant et ne peut pas être mesuré simplement à l'aide d'un multimètre, car le balancier fait de continuel allers-retours et la tension acquise par la bobine 1 est donc exprimée par une courbe sinusoïdale. Pour mesurer la tension, on peut soit utiliser un oscilloscope, ou alors connecter les deux extrémités de la bobine à un boîtier d'acquisition de signaux électriques relié à un ordinateur et piloté avec le logiciel LabVIEW. Cette deuxième solution a l'avantage d'enregistrer en tous points la tension acquise par la bobine, dont les données peuvent ensuite être traitées dans un tableau Excel.

Il faut également mesurer la vitesse v du déplacement de la bobine pour la phase dynamique. Pour ce faire, la méthode la plus simple est de placer un laser juste au-dessus de la bobine 1 dont le faisceau balaie un mur sur lequel on place une règle. Une deuxième solution est d'utiliser un détecteur sensible de position (figure 4) afin de pouvoir enregistrer la position point par point et pouvoir ensuite ouvrir les données dans un tableau Excel. La figure 5 montre les courbes sinusoïdales de la tension induite U et de la vitesse v en fonction du temps.

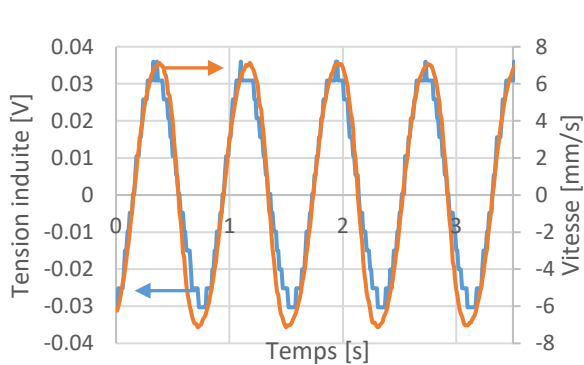


Figure 5 – Les courbes de la tension induite et de la vitesse ont bien la même forme, comme le prédit la loi de Faraday (équation (2)).

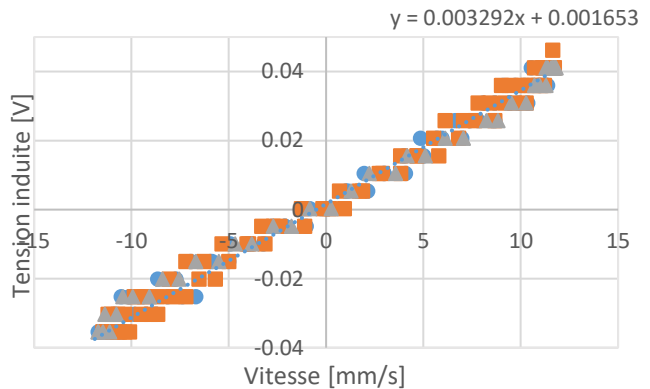


Figure 6 – La pente correspond au rapport $U/V = BL_{\text{dyn}}$.

La masse a été mesurée d'après l'équation (4) en mesurant I, U, v et en prenant $g = 9,806 \text{ m/s}^2$.

6. Conclusion

Ce travail a permis de démontrer qu'il est possible de mettre en œuvre le principe de la balance du watt en utilisant des composants facilement disponibles et d'obtenir des résultats satisfaisants. Avec ma balance, le meilleur résultat obtenu n'a que 1,9 % de marge d'erreur : j'ai mesuré environ 9,81 g pour une masse de 10 g.

J'ai aussi pu comprendre un peu mieux les difficultés que les métrologues travaillant sur la balance du watt expérimentaient chaque jour : par exemple, après avoir mis une masse sur un des plateaux, devoir attendre que la balance s'équilibre et ne bouge plus, ou alors lorsque la bobine réalise des faibles rotations autour de son axe durant le mouvement vertical de la phase dynamique.

On pourrait également améliorer la qualité de la balance en augmentant le nombre d'enroulements dans les deux bobines afin d'augmenter la valeur de la tension induite de la bobine 1 et la force de Laplace produite par les bobines 1 et 2. D'autres améliorations souhaitables seraient de développer des supports mécaniques stables pour fixer les aimants par rapport aux bobines, de trouver une façon de suspendre les bobines rigidement au balancier pour éviter qu'elles ne tournent sur elles-mêmes, ainsi que de bien fixer les câbles électriques pour qu'ils perturbent le moins possible la mesure.

Tomographie muonique

Utilisation des muons cosmiques en géologie

Chloé Mayoraz
Gymnase français de Bienne
mayorazchloe@gmail.com

L'expérience dont il est question dans cet article a été menée dans le cadre de mon travail de maturité pour le gymnase français de Bienne sous la supervision de M. Aurousseau. Celle-ci a été conduite à l'université de Berne, sous la supervision du Dr. Nishiyama, entre avril et août 2018. Mon projet a consisté en une tomographie muonique d'un conduit d'ascenseur menant à un sous-sol. J'ai pu participer à l'entièreté de l'expérience : de la fabrication des détecteurs à l'analyse des données.

Une tomographie muonique consiste en la détection et l'analyse d'un flux de muons (μ) ayant traversé un objet/milieu. Ces particules secondaires¹ des rayons cosmiques (voir figure 1) arrivent partout sur terre à raison d'environ 1 muon/minute/cm². Elles sont très pénétrantes et l'intensité de leur flux diminue de façon linéaire avec la quantité de matière, de densité constante, qu'elles traversent. Une tomographie muonique reprend donc un principe d'imagerie similaire à celui de la radiographie : un flux plus important sera mesuré pour les zones traversées de plus faible densité (ex. cavité). L'utilisation des muons à l'avantage de permettre l'étude de beaucoup plus gros volume (ex. montagnes) que l'analyse par rayons X. Elles sont facilement détectables et relativement bien connues, ce qui permet des simulations informatiques des expériences.

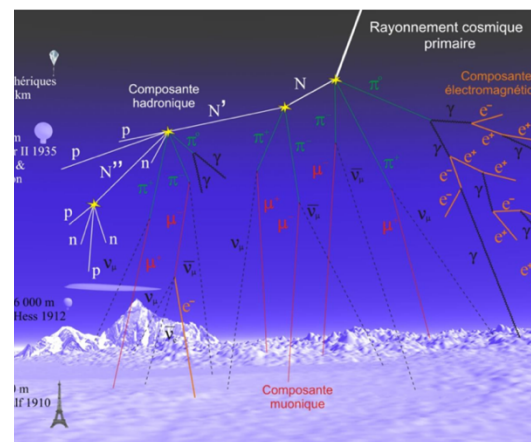


Figure 1 : Gerbe cosmique, [2]

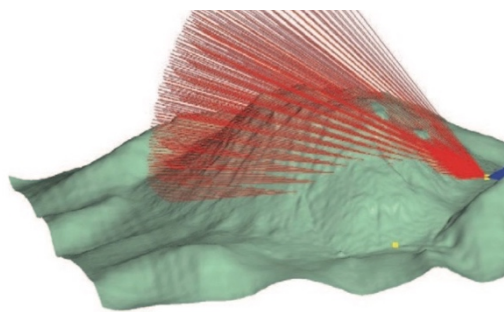


Figure 2 : Principe de la tomographie muonique, [1]

Cette technique date des années 50, mais a été récemment améliorée grâce à l'expérience Scan Pyramid (voir [1]), les recherches faites sur le volcan de La Soufrière en Guadeloupe (voir [2]) et sur le glacier de la Jungfrau (voir [3]). Dans le premier cas, cette technique a permis de découvrir une chambre secrète dans la pyramide de Khéops et, dans le second de mieux comprendre le conduit du volcan ainsi que sa dégradation afin d'aider à prévenir de potentiels accidents. Dans le dernier cas, l'université de Berne a tenté d'imager la forme du lit rocheux au-dessous du glacier de la Jungfrau afin de comprendre les mécanismes d'érosion dus à la fonte des glaces et de prévenir des catastrophes.

Mon expérience est une version simplifiée de la tomographie muonique d'une montagne. En effet, la durée nécessaire de l'expérience et les moyens nécessaires étaient trop importants pour moi. Afin de rendre l'expérience plus accessible, nous avons analysé le flux de muons ayant traversé le conduit d'un ascenseur descendant à un laboratoire sous-terrain de l'université de Berne.

¹ Particules après interaction

L'expérience se composait de 4 sites de détection : un premier en surface et trois au sous-sol.

Nous avons 3 buts principaux : Dans un premier temps, calculer le facteur de proportionnalité entre le flux de muons arrivant au détecteur en surface et le détecteur 4, à savoir le plus éloigné du conduit, soit le moins soumis à son influence. Dans un second temps, essayer de détecter une anomalie de densité dans nos résultats, et, en déduire les dimensions du conduit. Dans un troisième temps, elle devait, pour ma part, me permettre de mieux comprendre la méthode de l'expérience et me permettre de l'effectuer dans son entièreté : de la fabrication des détecteurs à l'analyse des données, afin de pouvoir appliquer fictivement cette méthode à plus grande échelle.

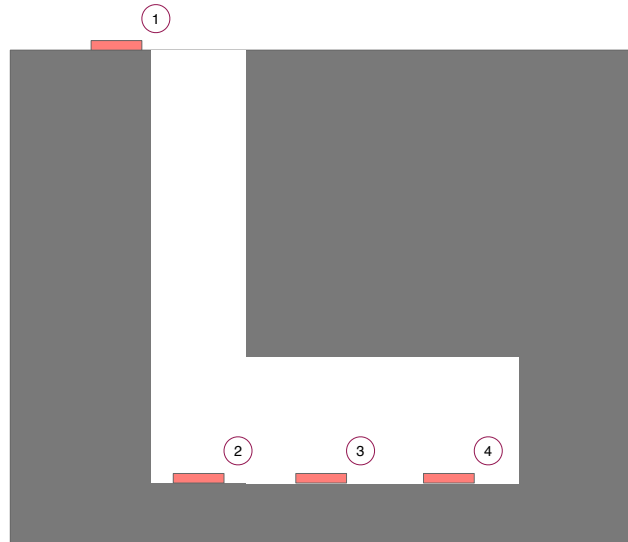


Figure 3 : Schéma de l'expérience

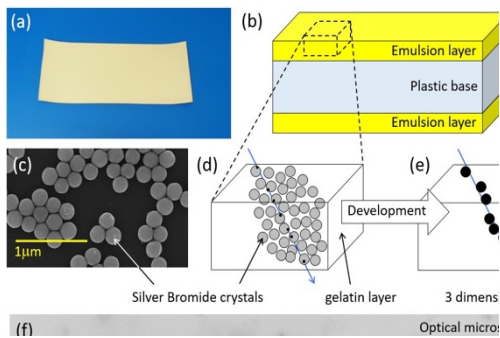


Figure 4 : Principe de fonctionnement d'un détecteur à émulsion, [4]

La fabrication des détecteurs se fait dans une chambre noire. On fixe tout d'abord, sur des tables chauffantes, une feuille de plastique de 200µm. On y déverse ensuite un mélange de gélatine et de sels de bromure d'argent jusqu'à obtenir une épaisseur d'environ 50µm. Après avoir laissé durcir cette première couche durant environ deux heures, on retire les feuilles des tables et on les laisse sécher deux jours avant de réitérer le processus de l'autre côté de la feuille de plastique. Les feuilles sont alors découpées et placées dans des enveloppes non sensibles à la lumière afin que les émulsions ne réagissent pas avec les photons.

Dans le cas de notre expérience, nous avons, pour chaque site de détection, un empilement de 4 émulsions, afin de pouvoir recréer les traces des particules, réparties dans 2 enveloppes, de manière à différencier les muons les ayant traversés durant la durée de pose de ceux les ayant traversés durant le stockage.

Les détecteurs que nous avons utilisés sont des émulsions produites par l'université de Berne. Ils se présentent sous la forme de feuilles (a), composées de 3 couches (b) : une couche de plastique non sensibles au passage des particules, et deux couches sensibles de gélatine contenant des sels d'argents (c). Les grains d'argent sont ionisés par le passage de particules chargées (d) (ex. muons). Après avoir été exposées, les émulsions sont développées, comme des films photo, ce qui a pour but de faire grossir les grains d'argent et de rendre les traces plus visibles (e) et observable au microscope.

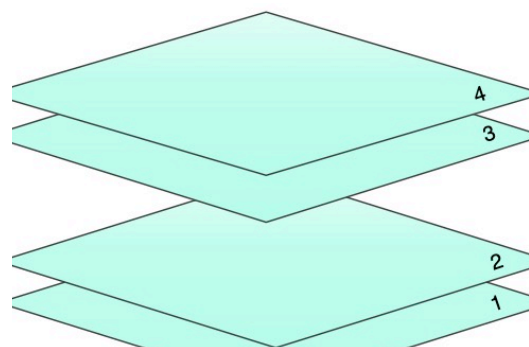


Figure 5 : Empilement des émulsions

Elles ont été coupées aux dimensions 12.5 x 9.5 cm, annotées selon leur emplacement et numérotées, comme illustré sur le schéma précédent, afin de pouvoir mettre en coïncidence leurs résultats. Les paquets ont été placés dans des presses qui garantissaient leur stabilité. La durée de pose des émulsions a été d'environ deux semaines, après quoi nous les avons extraites et développées. Le développement se fait lui aussi dans une chambre noire. Les détecteurs sont trempés dans trois bains consécutifs : un développeur, un stoppeur et un fixeur. Les émulsions, devenues transparentes, ont été scannées par des microscopes et leurs données ont été reconstruites par des logiciels. Nous n'avons scanné qu'une surface de 3cm x 3cm de chacune des émulsions pour des raisons de temps. Les données de l'un de nos détecteurs sous-terrain n'ont pas pu être correctement reconstruites car les enveloppes contenant les émulsions étaient pleines d'air. Afin d'analyser les données, nous avons utilisé le logiciel ROOT. Nous avons sélectionné nos données selon deux critères : le nombre d'émulsions traversées par la particule et le nombre de grains d'argent ionisés. Ces deux coupures nous ont permis de garantir que les traces de particules sélectionnées soient bien celles de muons.

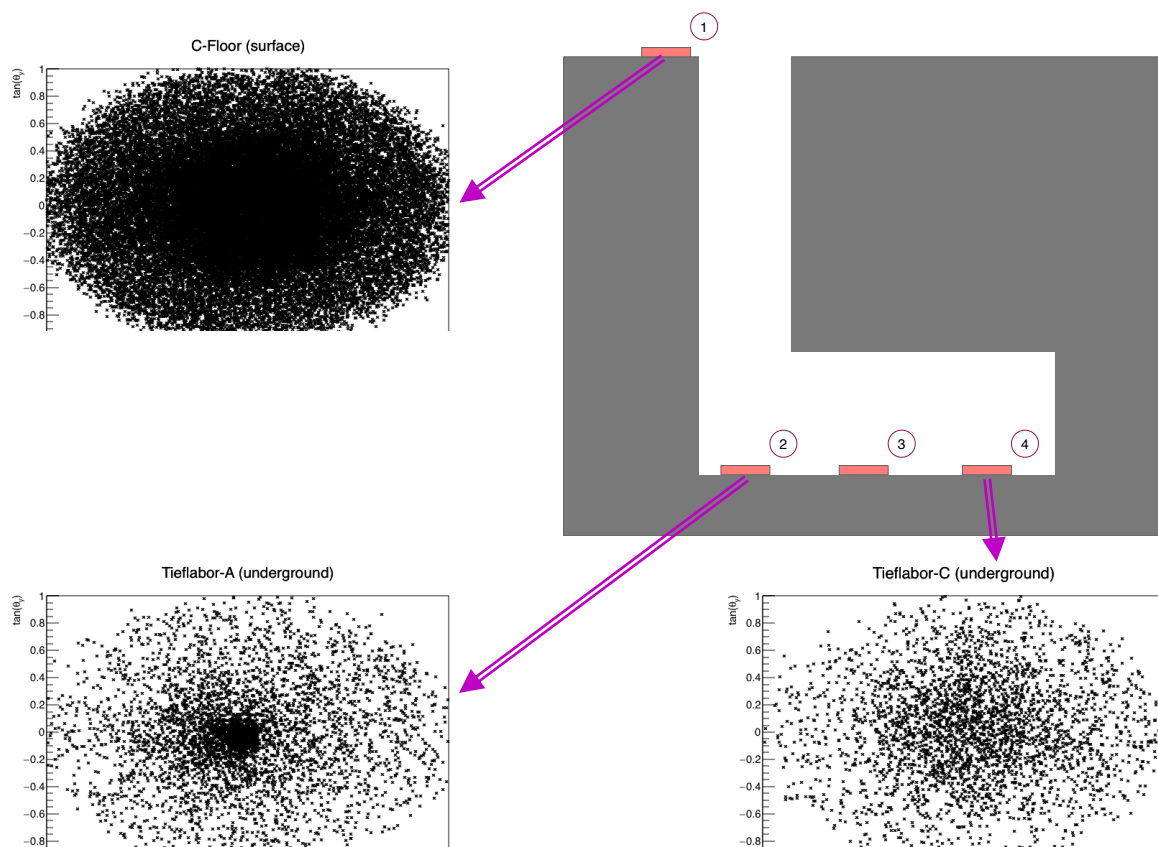


Figure 6 : Graphiques en nuage de points représentant le nombre de muons en fonction de la tangente de l'angle d'incidence sur X et Y pour les 3 détecteurs efficaces selon leur emplacement dans l'expérience

Grâce à ces graphiques de la distribution du nombre de muons selon la tangente de l'angle d'incidence (voir figure 6), nous avons remarqué que le détecteur en surface a reçu un grand nombre de muons provenant de toutes les directions. Le détecteur au sous-sol, non soumis à l'influence du conduit de l'ascenseur a, quant à lui, reçu peu de muons mais provenant aussi de toutes les directions. Nous observons donc bien un facteur d'atténuation entre ces deux flux.

Nous avons fait une simulation théorique de ce facteur avec l'aide de l'application *muon flux calculator*. Celle-ci prend en compte quatre variables : l'angle au zénith, l'opacité, la taille du détecteur et l'angle solide. Le facteur simulé d'atténuation vaut 15.03 ± 1.32 . En divisant le flux de muons du détecteur en surface par celui reçu par le détecteur sous-terrain nous avons mesuré un facteur de 12.31 pour les

angles d'incidences sur x et 12.97 pour les angles d'incidences sur y. Nous ne prenons en compte que les valeurs d'angle entre -22.5° et 22.5° car c'est pour cette portion d'angle que les détecteurs

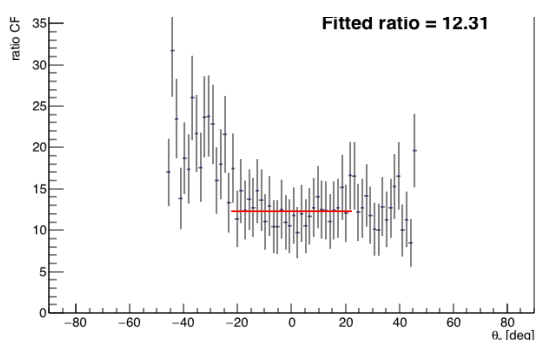


Figure 7 : Graphique du rapport entre la distribution du nombre de traces reconstruites selon θ_x pour le détecteur en surface et un détecteur sous-terrain

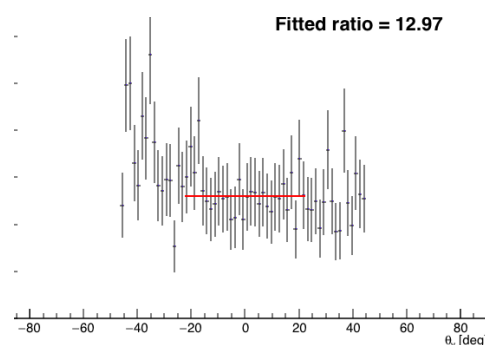


Figure 8 : Graphique du rapport entre la distribution du nombre de traces reconstruites selon θ_y pour le détecteur en surface et un détecteur sous-terrain

reconstruisent efficacement les traces des particules (voir trait rouge sur les figures 7 et 8). Cette différence entre l'axe de x et y est due au fait que le conduit n'a pas une base carrée mais rectangulaire.

Dans la figure 6, nous remarquons que le détecteur 2 reçoit un surplus de particules en son centre comparé au détecteur 4. Cette anomalie est due à la présence du conduit : un grand nombre de muons verticaux vont traverser le conduit sans déperdition.

Afin de connaître les dimensions de l'ascenseur, nous avons analysé les graphiques de la distribution du nombre de muons selon la tangente de l'angle d'incidence pour chaque axe, et approximé la hauteur du conduit à (30 ± 5) m.

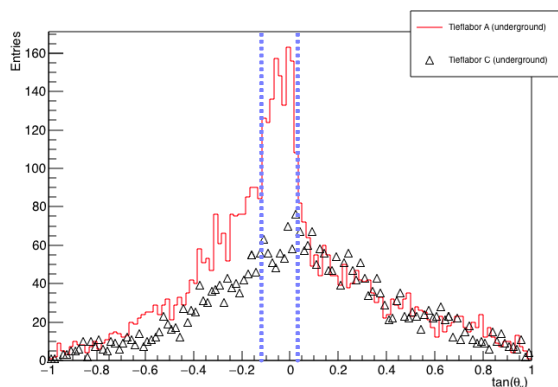


Figure 9 : Graphique de la répartition des muons selon la tangente de l'angle d'incidence pour les détecteurs 2 et 4 et l'axe des X

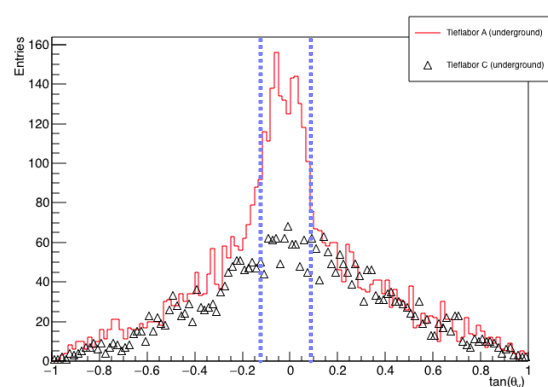


Figure 10 : Graphique de la répartition des muons selon la tangente de l'angle d'incidence pour les détecteurs 2 et 4 et l'axe des Y

Quelques calculs de trigonométrie nous ont permis de trouver une longueur (figure 9) de (4.47 ± 1.24) m. L'erreur relative est de 19.20% par rapport à la longueur mesurée : (3.75 ± 0.10) m. Pour la largeur (figure 10), nous avons calculé (5.94 ± 1.47) m. L'erreur relative par rapport à la valeur mesurée, (4.35 ± 0.10) m, est de 36.55%.

Nous voyons ici que les courbes des flux de particules des détecteur 4 et 2 se superposent, le pic passé. Nous pouvons en déduire que données du détecteur 4 ne sont autre que le bruit de fond par rapport au signal : c'est le nombre de muons que devrait recevoir un détecteur enterré à cette profondeur et sous ces matériaux, s'il n'y avait aucune anomalie de densité au-dessus de lui.

Malgré le fait que cette expérience a été soumise à un grand nombre d'approximations et de contraintes diverses, les résultats de l'expérience se trouvent dans un ordre de grandeur significatif, ce qui confirme la précision de la méthode. Nous aurions pu apporter de nombreuses améliorations à l'expérience : augmenter le temps de pose, scanner une plus grande surface des émulsions, mieux centrer les détecteurs. Ces mesures nous auraient permis de faire des coupures plus précises et avoir un signal plus clair. Au niveau de la simulation théorique, nous pourrions améliorer l'approximation de la densité, la mesure de l'angle solide, la mesure de la hauteur du conduit et calculer le nombre de muons pour la durée exacte de l'expérience. De plus, nous avons considéré que la densité de la roche/terre est constante, ce qui n'est pas le cas.

L'utilisation d'émulsions comme moyen de détection à l'avantage que l'expérience peut être menée partout : les détecteurs n'ont pas besoin d'alimentation électrique, sont facilement transportables et les traces ne s'effacent pas.

L'un des inconvénients de cette technique est cependant, que les émulsions, une fois préparées, doivent être stockées dans des enveloppes bloquant la lumière et utilisées rapidement afin d'éviter les traces inutiles. De plus, elles ne nous permettent pas de connaître le moment d'arrivée de la particule et l'analyse des traces est fastidieuse : de gros microscopes et des logiciels sont nécessaires pour être efficaces.

La tomographie muonique est une méthode particulièrement pertinente car elle permet d'analyser de très gros volumes contrairement aux technologies traditionnelles utilisées en géologie (gravimétrie). L'application de la tomographie muonique a déjà fait ses preuves en volcanologie (La Soufrière) et en archéologie (Scan Pyramid). Elle pourrait être utilisée dans les montagnes jurassiennes/neuchâteloises afin de mieux comprendre certains réseaux de grottes ou de situer des nappes phréatiques.

Je tiens à remercier l'équipe des chercheurs du laboratoire des hautes énergies de l'université de Berne qui ont mis à ma disposition leurs connaissances et les ressources matérielles nécessaires au bon déroulement de mon expérience.

Un grand merci aussi à mon mentor, M. Arousseau pour son aide et son soutien.

Bibliographie

- [1] K. M.-B. a. J. M. D. Gilbert, «Radiographier les volcans avec les rayons cosmiques,» *Reflète de la physique*, vol. 32, janvier 2013.
- [2] C. Lagoute, «Qu'est-ce que le rayonnement cosmique?,» 3 juillet 2010. [En ligne]. Available: <http://ch.lagoute.free.fr/CosmoDCL/RCCosmoDCL.pdf>. [Accès le mars 2019].
- [3] A. Ariga, T. Ariga, A. Ereditato, S. Käser, A. Lechmann, D. Mair, R. Nishiyama, C. Pistillo, P. Scampoli, F. Schlunegger et M. Vladymyrov, «A Nuclear Emulsion Detector for the Muon Radiography of a Glacier Structure,» *Instrument*, 2018.
- [4] N. U. K. Morishima, «Measurement of Cosmic-rays with Nuclear Emulsion inside Egyptian Pyramids,» 2017. [En ligne]. Available: https://indico.cern.ch/event/559983/contributions/2344426/attachments/1382377/2102176/pyramids_morishima.pdf. [Accès le mars 2019].

Cours de formation continue 2019: Astronomie et astrophysique

Davet Stéphane, davet.stephane@eduvs.ch

Informations générales:

- **Objectifs:**

1. Présenter les différents phénomènes physiques en lien avec l'étude de notre Univers.
2. Permettre une actualisation de nos cours à l'avantage des élèves.

- **Dates:** (24)-25-26-27 septembre 2019

- **Lieu:** Champéry (VS)

- **Inscription:** Dès mai 2019 sur webpalette.ch. Attention, le cours aura lieu directement via notre société faîtière: la SSPES. (les membres SSPMP seront prioritaires)

Description du cours:

La physique est l'étude des phénomènes qui se produisent dans notre environnement naturel. Pour une fois quittons nos laboratoires et considérons notre Univers dans toute sa démesure ! Ce cours de formation continue veut vous présenter l'état actuel de nos connaissances sur des aspects particuliers d'astrophysique: le système solaire et les planètes, la vie des étoiles ou encore la cosmologie. A cette fin, la CRP a invité une brochette de spécialistes remarquables qui, nous l'espérons, nous aideront à y voir plus clair grâce à des explications pertinentes. A titre indicatif voici quelques sujets abordés:

- "Formation stellaire et séquence principale" par Georges Meynet (UNIGE)
- "Cosmologie générale" par Roland Lehoucq (Paris)
- "Les lentilles gravitationnelles" par Frédéric Courbin (EPFL)
- "Astéroïdes et comètes" par Michel Ory (Obs. Vicques)

Le vendredi il y aura une matinée pédagogique avec les présentations de quelques collègues sur le thème de l'astronomie en classe.

Dans un esprit de flexibilité ce cours durera trois ou quatre jours à choix. La conférence inaugurale aura lieu le mercredi matin comme habituellement, mais le cours commencera la veille, le mardi après-midi à Sion, par la visite du planétarium du collège des Creusets et par une conférence concernant la nouvelle unité de masse. Cette configuration inhabituelle a aussi comme objectif de maximiser nos chances de participer à une soirée d'observation sur les hauts de Champéry.

Deux élèves jurassien et vaudois médaillés d'or en physique

Mirjam Sager, Olympiades de la science, m.sager@olympiad.ch.

Photos: Markus Meier (Olympiades de physique)

Cinq jeunes Suisses, dont deux élèves jurassien et vaudois, se sont qualifiés pour les Olympiades internationales de physique de Tel Aviv en Israël du 7 au 15 juillet. Ils ont obtenu les médailles d'or en finale de la 23ème Olympiade helvétique. Cinq autres élèves se rendront au concours européen en mai.

Les lauréats:

- Cédric Solenthaler, Ecole cantonale de Burggraben à St-Gall (SG)
- Hiro Farré, Institut Le Rosey à Rolle (VD)
- Jonas Hofmann, Ecole cantonale d'Uster (ZH)
- Fabian Graf, Gymnase St. Antonius à Appenzell (AI)
- Nicolas Schmid, Lycée cantonal de Porrentruy (JU)

Les 26 finalistes se sont distingués au fil des mois parmi 815 jeunes de Suisse et du Liechtenstein inscrits au départ. Les médaillés avaient des sourires radieux et de la fierté dans les yeux lors de la cérémonie dimanche à Aarau. Certains n'en revenaient pas de s'être hissés parmi les meilleurs, à l'instar de Nicolas Schmid, 18 ans, habitant du hameau de Cerniéwillers dans la commune Les Enfers aux Franches-Montagnes (JU).

Pourquoi les nuages ne tombent pas ?

Les examens ont duré 6 heures au total samedi et dimanche. Côté pratique, les participants avaient pour mission de définir la masse volumique de l'huile, par déduction par rapport à celle de l'eau. Equipés d'un bécher, d'un tube à essais, d'une pipette et d'écrous, ils ont dû trouver comment mener l'expérience et quels théorèmes utiliser. Côté théorie, ils ont notamment cherché à comprendre comment fonctionne un halo, phénomène optique semblable à un arc-en-ciel rond. Nicolas pense avoir tiré son épingle du jeu dans les problèmes pas trop truffés de formules, exigeant surtout de l'imagination pour formuler des hypothèses. Par exemple: pourquoi les nuages ne tombent pas ?

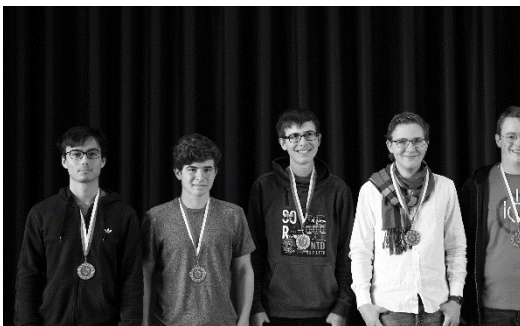
Goût de comprendre et esprit ludique

Le Jurassien est content d'avoir été emmené dans ces Olympiades dans le cadre de sa classe de lycée, et souligne le rôle essentiel des enseignants pour encourager les élèves. «C'est bien que les profs fassent le premier pas - je pense que je ne me serais pas inscrit sinon.» «J'aime comprendre comment les choses marchent», explique le Franc-Montagnard. Il se réjouit d'entamer cet automne ses études en électrotechnique à l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich, une filière qui marie des domaines variés tels que les maths, l'informatique, les ondes électromagnétiques ou encore les circuits électroniques: «Il y a un peu de tout, il y a un côté 'construction de Legos', c'est ludique».

Physique en Europe

Cinq autres jeunes se sont qualifiés pour les Olympiades européennes de physique avec leurs médailles d'argent ou de bronze. A Riga, en Lettonie, ils peuvent à nouveau se battre pour les médailles, avec plus de 100 élèves d'écoles secondaires de 28 pays. Il faut faire preuve de compréhension physique et de créativité car les tâches étaient formulées de façon ouverte, comme c'est le plus souvent le cas dans les activités quotidiennes d'un chercheur. « A travers ces questions, les participants apprennent à penser comme de vrais physiciens », explique Barbara Roos, organisatrice des Olympiades en Suisse.

Impressions



Les olympiades en classe

À partir de mi-août 2019, vous pouvez inscrire votre classe en ligne au concours. Vous trouverez bientôt plus d'informations sur le nouveau site physics.olympiad.ch.

La suite de Stern

Alexandre Junod, Lycée Denis-de-Rougemont (Neuchâtel), alexandre.junod@rpn.ch

1 Problématique

Moins connue que celle de Fibonacci, la suite de Stern¹ n'en est pas moins intéressante. Elle est définie par les valeurs initiales $s_0 = 0, s_1 = 1$ et des relations de récurrence différentes selon la parité de l'indice : $s_{2n} = s_n$ et $s_{2n+1} = s_n + s_{n+1}$ pour $n \geq 1$. Les premières valeurs sont présentées dans le tableau suivant.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
s_n	0	1	1	<u>2</u>	1	<u>3</u>	2	<u>3</u>	1	4	3	<u>5</u>	2	<u>5</u>	3	4	1

Dans cet article, nous expliquons le lien entre la valeur de s_n et le développement binaire de n par le biais d'une fraction continue, nous déduisons une bijection explicite entre \mathbb{N} et \mathbb{Q}_+ , puis nous démontrons que deux "1" consécutifs dans la suite de Stern délimitent une sous-suite palindromique (en gris dans le tableau) dont le plus grand élément est un nombre de Fibonacci (souligné).

2 Approche matricielle

Posons $\vec{v}_n = \begin{pmatrix} s_n \\ s_{n+1} \end{pmatrix}$. Ce vecteur est envoyé sur \vec{v}_{2n} par la matrice $G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et sur \vec{v}_{2n+1} par la matrice $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, autrement dit $G\vec{v}_n = \vec{v}_{2n}$ et $D\vec{v}_n = \vec{v}_{2n+1}$. Si on ne s'intéresse qu'à l'indice, on voit que la matrice G a pour effet de rajouter un "0" à droite dans le développement binaire de n alors que la matrice D a pour effet d'y rajouter un "1". On peut construire facilement les antécédants successifs d'un indice donné, disons $n = 200$:

$$200 \xleftarrow{G} 100 \xleftarrow{G} 50 \xleftarrow{G} 25 \xleftarrow{D} 12 \xleftarrow{G} 6 \xleftarrow{G} 3 \xleftarrow{D} 1 \xleftarrow{D} 0.$$

L'antécédant d'un indice n est $\lfloor n/2 \rfloor$ en notant "G" si n est pair et "D" si n est impair. En lisant cette chaîne d'antécédants de droite à gauche, on peut en déduire aussi bien le développement binaire $200 = [11001000]_2$ que la relation vectorielle $\vec{v}_{200} = GGGDGGDD\vec{v}_0 = G^3D^1G^2D^2\vec{v}_0$. On passe d'une information à l'autre en faisant les remplacements $G \leftrightarrow 0, D \leftrightarrow 1$ et en inversant le mot.

De manière générale, pour un indice donné par son développement binaire

$$n = \underbrace{[1 \dots 1 0 \dots 0]}_{a_k} \dots \underbrace{[1 \dots 1 0 \dots 0]}_{a_1} \underbrace{[0]}_{a_0}]_2$$

avec des entiers $a_0 \geq 0, a_1, \dots, a_k \geq 1$ et k impair, on a $\vec{v}_n = G^{a_0} D^{a_1} \dots G^{a_{k-1}} D^{a_k} \vec{v}_0$. On peut encore remarquer que

$$D^m G^n = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+mn & m \\ n & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

autrement dit $D^m G^n = \mathcal{M}(m)\mathcal{M}(n)$ avec $\mathcal{M}(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Moritz Abraham Stern (1807 – 1894) est un mathématicien allemand, il fit son doctorat à Göttingen sous la direction de Gauss (1777 – 1855).

En intercalant judicieusement la matrice identité $I = G^0 = D^0$ dans l'expression de \vec{v}_n trouvée précédemment, on obtient

$$\begin{aligned} \vec{v}_n &= D^0 G^{a_0} D^{a_1} \dots G^{a_{k-1}} D^{a_k} G^0 \vec{v}_0 \\ &= \mathcal{M}(0)\mathcal{M}(a_0)\mathcal{M}(a_1) \dots \mathcal{M}(a_{k-1})\mathcal{M}(a_k)\mathcal{M}(0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Comme $\mathcal{M}(0)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, il s'ensuit que le vecteur \vec{v}_n est la première colonne du produit matriciel $M_n = \mathcal{M}(0)\mathcal{M}(a_0)\mathcal{M}(a_1) \dots \mathcal{M}(a_{k-1})\mathcal{M}(a_k)$ qui comporte un nombre impair de facteurs $\mathcal{M}(\cdot)$. En particulier, le déterminant de $M_n = \begin{pmatrix} s_n & a \\ s_{n+1} & b \end{pmatrix}$ est $bs_n - as_{n+1} = -1$. Cette combinaison est divisible par le plus grand diviseur commun de s_n et s_{n+1} , donc ce dernier vaut 1.

3 Lien avec les fractions continues

Pour une matrice $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ et un nombre x , on pose $M * x = \frac{ax + b}{cx + d}$ et on vérifie facilement que $M_1 * (M_2 * x) = (M_1 M_2) * x$. On a $\mathcal{M}(\alpha) * x = \alpha + \frac{1}{x}$ et plus généralement

$$\mathcal{M}(\alpha_1)\mathcal{M}(\alpha_2) \dots \mathcal{M}(\alpha_n) * x = \alpha_1 + \frac{1}{\alpha_2 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{\alpha_n + \frac{1}{x}}}}$$

Cette structure de fractions imbriquées les unes dans les autres s'appelle une *fraction continue* et on la note $[\alpha_1; \alpha_2; \dots; \alpha_n; x]$. La fraction continue d'un nombre rationnel s'obtient par divisions euclidiennes successives. On a par exemple $\frac{19}{14} = 1 + \frac{5}{14} = [1; \frac{14}{5}]$ et comme $\frac{14}{5} = 2 + \frac{4}{5} = [2; \frac{5}{4}]$, on en déduit que $\frac{19}{14} = [1; 2; \frac{5}{4}]$. Comme $\frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} = [1; 4]$, on a finalement $\frac{19}{14} = [1; 2; 1; 4]$ et l'algorithme est terminé car tous les nombres α_i sont entiers. Remarquons que l'on peut aussi écrire $\frac{19}{14} = [1; 2; 1; 3; 1]$ et on retiendra que pour un nombre rationnel, on peut choisir une fraction continue de longueur paire ou impaire.

Comme $\begin{pmatrix} s_n \\ s_{n+1} \end{pmatrix} = \mathcal{M}(0)\mathcal{M}(a_0)\mathcal{M}(a_1) \dots \mathcal{M}(a_{k-1})\mathcal{M}(a_k)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, on a

$$\frac{s_n}{s_{n+1}} = \mathcal{M}(0)\mathcal{M}(a_0)\mathcal{M}(a_1) \dots \mathcal{M}(a_{k-1})\mathcal{M}(a_k) * \infty = [0; a_0; a_1; \dots; a_{k-1}; a_k],$$

ce qui permet de trouver s_n et s_{n+1} puisque ces deux entiers sont premiers entre eux. Par exemple, comme $200 = [11001000]_2$, on a $\frac{s_{200}}{s_{201}} = [0; 3; 1; 2; 2] = \frac{7}{26}$ donc $s_{200} = 7$ et $s_{201} = 26$. Remarquons que si $a_0 = 0$, la fraction continue devient simplement $\frac{s_n}{s_{n+1}} = [a_1; \dots; a_{k-1}; a_k]$ mais dans tous les cas, elle admet une longueur impaire. Pour la suite, lorsque nous considérerons une fraction continue $[a_1; \dots; a_{k-1}; a_k]$ de longueur impaire, on gardera à l'esprit qu'elle pourrait être de la forme $[0; a_0; a_1; \dots; a_{k-1}; a_k]$ grâce à un décalage d'indice.

4 Dénombrabilité de \mathbb{Q}_+

Toute fraction $\frac{a}{b}$ avec $a \geq 0$ et $b > 0$ peut s'écrire sous la forme $\frac{a}{b} = \frac{s_n}{s_{n+1}}$ pour un certain entier n . Il suffit pour cela d'établir la fraction continue $\frac{a}{b} = [a_1; \dots; a_k]$ de longueur impaire et de considérer le nombre $n = \underbrace{[1 \dots 1]_{a_k}}_{a_k} \underbrace{[0 \dots 0]_{a_{k-1}}}_{a_{k-1}} \dots \underbrace{[0 \dots 0]_{a_2}}_{a_2} \underbrace{[0 \dots 1]_{a_1}}_{a_1}]_2$ exprimé en base 2.

Par exemple, $\frac{19}{14} = [1; 2; 1; 3; 1]$ implique $n = [10001001]_2 = 137$ donc $s_{137} = 19$ et $s_{138} = 14$.
 Pour la fraction inverse, on a la fraction continue $\frac{14}{19} = [0; 1; 2; 1; 4]$ et donc $n = [11110110]_2 = 246$ convient, autrement dit $s_{246} = 14$ et $s_{247} = 19$.

L'application $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}_+$ qui envoie un entier $n = [1 \dots 1 \overbrace{0 \dots 0}^{a_k} \dots 1 \dots 1 \overbrace{0 \dots 0}^{a_0}]_2$ sur la fraction $\frac{s_n}{s_{n+1}} = [0; a_0; a_1; \dots; a_k]$ est clairement bijective. Les nombres $\varphi(n)$ avec $n \in \mathbb{N}$ constituent la suite de *Calkin-Wilf* :

n		0		1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		11		12		13		14		15		16
$\varphi(n)$		0		1		$\frac{1}{2}$		2		$\frac{1}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{2}{3}$		3		$\frac{1}{4}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{5}{3}$		$\frac{3}{4}$		4		$\frac{1}{5}$

Nous voulons trouver maintenant une formule permettant de passer d'un nombre $x = s_n/s_{n+1}$ au suivant. On considère donc la fraction continue $x = [a_1; a_2; \dots; a_k]$ de longueur impaire de sorte que $n = [1 \dots 1 \overbrace{0 \dots 0}^{a_k} \dots \overbrace{0 \dots 0}^{a_2} 1 \dots 1]_2$. On a alors $n + 1 = [1 \dots 1 \overbrace{0 \dots 0}^{a_k} \dots \overbrace{0 \dots 0}^{a_{k-1}} \dots \overbrace{0 \dots 0}^{a_2} 1 \overbrace{0 \dots 0}^{a_1}]_2$, donc

$$\frac{s_{n+1}}{s_{n+2}} = \underbrace{[0; a_1; 1; a_2 - 1; a_3; \dots; a_k]}_{\text{longueur impaire}} = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{-1 + [a_2; a_3; \dots; a_k]}}}$$

En remplaçant $[a_2; a_3; \dots; a_k]$ par $\frac{1}{x - a_1}$ et en remontant la fraction continue, on trouve

$$\frac{s_{n+1}}{s_{n+2}} = \frac{1}{2a_1 + 1 - x} = \frac{1}{2[x] + 1 - x}$$

Ainsi, on passe d'un nombre x au suivant grâce à l'expression $f(x) = \frac{1}{2[x] + 1 - x}$.

Le lecteur attentif aura remarqué que notre raisonnement pose problème si $a_2 = 0$. Dans ce cas, on a $n = [1 \dots 1]_2$, $n + 1 = [1 \overbrace{0 \dots 0}^{a_1}]_2$, donc $x = \frac{s_n}{s_{n+1}} = a_1$ et $\frac{s_{n+1}}{s_{n+2}} = [0; a_1; 1] = \frac{1}{a_1 + 1} = f(x)$. Ainsi, la fonction f est toujours valable.

5 Sous-suites palindromiques

On démontre facilement que $s_k = 1$ si et seulement si k est une puissance de 2 et nous allons montrer que deux "1" consécutifs dans la suite de Stern délimitent une sous-suite palindromique², ce qui revient à montrer que $s_{2^n+m} = s_{2^{n+1}-m}$ pour tous les entiers $n \geq 1$ et $m \in \{1, 2, \dots, 2^n - 1\}$.

Considérons donc un nombre $m = [0 \dots 0 \underbrace{1 \dots 1}_{b_k} \dots \underbrace{1 \dots 1}_{b_1} \overbrace{0 \dots 0}^{b_0}]_2$ dont on a complété le développement binaire à gauche par des "0" pour avoir $n + 1$ digits. On peut remarquer que $b_k \geq 1$ et on a alors

$$2^n + m = [1 \overbrace{0 \dots 0}^{b_{k-1}} \underbrace{1 \dots 1}_{b_{k-1}} \dots \underbrace{1 \dots 1}_{b_1} \overbrace{0 \dots 0}^{b_0}]_2 \quad \text{et} \quad 2^{n+1} - 1 - m = [1 \dots 1 \overbrace{0 \dots 0}^{b_k} \underbrace{0 \dots 0}_{b_{k-1}} \dots \underbrace{0 \dots 0}_{b_1} \overbrace{1 \dots 1}^{b_0}]_2.$$

2. Ceci est assez évident car une sous-suite en gris dans notre tableau de valeurs s'obtient en intercalant dans la sous-suite précédente les sommes de toutes les paires de nombres consécutifs. Nous voulons donner ici une démonstration faisant appel aux développements binaires et aux fractions continues.

Si k est impair, ces développements binaires indiquent respectivement

$$\frac{s_{2^n+m}}{s_{2^n+m+1}} = [b_0; b_1; \dots; b_{k-1}; b_k - 1; 1] \quad \text{et} \quad \frac{s_{2^{n+1}-1-m}}{s_{2^{n+1}-m}} = [0; b_0; b_1; \dots; b_{k-1}; b_k].$$

On en déduit que $\frac{s_{2^{n+1}-m}}{s_{2^{n+1}-1-m}} = [b_0; b_1; \dots; b_{k-1}; b_k] = \frac{s_{2^n+m}}{s_{2^n+m+1}}$.

En comparant les fractions (irréductibles), on a bien $s_{2^{n+1}-m} = s_{2^n+m}$ (et $s_{2^{n+1}-m-1} = s_{2^n+m+1}$). Le raisonnement s'adapte facilement lorsque k est pair.

6 Lien avec les nombres de Fibonacci

Nous démontrons ici que la valeur maximale atteinte par la suite de Stern entre deux "1" consécutifs est un nombre de Fibonacci³. On montre d'abord par induction sur n que $s_m \leq F_{n+2}$ pour tout entier $m \in \{2^n, \dots, 2^{n+1}\}$. Ceci est facile à vérifier pour $n = 0$ et $n = 1$. Supposons que l'assertion est vérifiée pour deux indices consécutifs ($n - 1$ et n) et considérons un entier $m \in \{2^{n+1}, \dots, 2^{n+2}\}$.

- Si m est pair, disons $m = 2m'$ avec $m' \in \{2^n, \dots, 2^{n+1}\}$, alors $s_m = s_{m'} \leq F_{n+2} < F_{n+3}$.
- Si m est impair, on peut écrire $m = 2m' + 1$ avec $m' \in \{2^n, \dots, 2^{n+1} - 1\}$ et on a alors $s_m = s_{m'} + s_{m'+1}$. Comme l'un des deux indices (m' ou $m' + 1$) est pair, on a par hypothèse d'induction et le raisonnement précédent $s_m = s_{m'} + s_{m'+1} \leq F_{n+1} + F_{n+2} = F_{n+3}$.

Ainsi l'assertion est vérifiée pour $n + 1$. Il reste à voir qu'il existe un entier $m \in \{2^n, \dots, 2^{n+1} - 1\}$ tel que $s_m = F_{n+2}$. Le développement binaire de m admet $n + 1$ digits et on y considère une alternance de "0" et de "1".

- Si n est pair, on a $m = \overbrace{[1010 \dots 01]_2}^{n+1 \text{ digits}}$, donc $\frac{s_m}{s_{m+1}} = \overbrace{[1; 1; \dots; 1]}^{n+1} = \frac{F_{n+2}}{F_{n+1}}$ et $s_m = F_{n+2}$.

On peut remarquer que $3m = m + 2m = \underbrace{[11 \dots 1]_2}_{n+2 \text{ digits}} = 2^{n+2} - 1$, donc $m = \frac{2^{n+2} - 1}{3}$.

- Si n est impair, on a $m = \overbrace{[101 \dots 10]_2}^{n+1 \text{ digits}}$, donc $\frac{s_m}{s_{m+1}} = [0; \overbrace{1; \dots; 1}]^{n+1} = \frac{F_{n+1}}{F_{n+2}}$ et $s_{m+1} = F_{n+2}$.

Remarquons que $m = 2 \cdot \underbrace{[1010 \dots 1]_2}_{n \text{ digits}} = 2 \cdot \frac{2^{n+1} - 1}{3} = \frac{2^{n+2} - 2}{3}$, donc $m + 1 = \frac{2^{n+2} + 1}{3}$.

Pour résumer, on a $s_m = F_{n+2}$ pour $m = \frac{2^{n+2} + (-1)^{n+1}}{3} = 2^n + \frac{2^n - (-1)^n}{3}$. Par la propriété de palindromie, on peut également considérer $m = 2^{n+1} - \frac{2^n - (-1)^n}{3} = \frac{5 \cdot 2^n + (-1)^n}{3}$.

7 Conclusion

Fortement reliée aux développements binaires et aux fractions continues, la suite de Stern possède des propriétés étonnantes. Les personnes voulant approfondir le sujet peuvent consulter l'article de Jean-Paul Delahaye, "La suite de Stern-Brocot, soeur de Fibonacci", paru en octobre 2012 dans la revue "Pour la science".

3. Né à Pise, Leonardo Fibonacci ($\sim 1175 - 1250$) a importé en Occident le savoir mathématique arabe mais il est surtout connu pour sa suite de nombres définis par $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ et $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ pour $n \geq 0$. On montre facilement par induction sur $n \geq 1$ que $\frac{F_{n+1}}{F_n} = \underbrace{[1; 1; \dots; 1]}_n$.

Les champions de la pensée logique

Mirjam Sager, Olympiades de la science, m.sager@olympiad.ch.

Photos: Olympiades de mathématiques

Deux jeunes Zurichois remportent l'or aux Olympiades de mathématiques. Les représentants de la Suisse au concours international de maths seront désignés en mai. L'équipe féminine qui se rendra en Ukraine est déjà formée. Les prochaines European Girls' Mathematical Olympiad s'y dérouleront du 7 au 13 avril.

Les gagnants:

- Raphael Angst, Kantonsschule im Lee, ZH
- Valentin Imbach, MNG Rämibühl, ZH

Au total, 140 jeunes ont participé au concours ces quatre derniers mois. 24 élèves des gymnases sont parvenus en finale. Visages radieux et applaudissements à l'EPF de Zurich samedi 30 mars: les finalistes ont reçu leur médaille d'or, d'argent et de bronze.

Comment réaliser une démonstration mathématique?

L'examen de la finale a eu lieu les 1er et 2 mars 2019 dans le cadre du camp de mathématiques. Les jeunes ont passé deux examens de 4 heures composés de 4 épreuves sur les thèmes de l'algèbre, de l'analyse combinatoire, de la géométrie et de la théorie des nombres. La tâche consistait à réaliser une démonstration mathématique, à savoir apporter une réponse cohérente à un problème. L'exercice d'équation était particulièrement intéressant, raconte le vainqueur Raphael Angst: «Nous avons reçu une équation et avons dû trouver quelles fonctions y correspondaient.» Pas à pas, il s'est approché de la solution en calculant des valeurs, en analysant les résultats et en répétant l'exercice. «J'aime les mathématiques depuis l'école primaire. J'aime leur côté logique et la clarté des énoncés», ajoute le Zurichois.

Offre supplémentaire pour les jeunes femmes

Julia Sollberger et Yanta Wang, qui ont remporté le bronze, aiment les maths pour la même raison: «Ce qui compte, c'est d'avoir une pensée logique et savoir faire des associations», explique Julia, âgée de 17 ans. La Bâloise Yanta Wang complète: «Cela signifie aussi que l'on doit moins apprendre par cœur.» Elles représenteront avec deux autres élèves la Suisse aux European Girls' Mathematical Olympiad. Celles-ci auront lieu du 7 au 13 avril en Ukraine. Cette offre supplémentaire vise à promouvoir les mathématiques auprès des jeunes femmes, qui sont sous-représentées dans ce domaine, aussi bien au niveau d'études et d'apprentissage que dans le monde du travail. Julia et Yanta savent déjà qu'elles aimeraient étudier les maths après la maturité.

Qui représentera la Suisse aux plus grandes olympiades scientifiques internationales?

Les 13 médaillés et 2 gagnants de la Wildcard passeront le dernier examen en mai, à l'issue duquel six élèves seront désignés pour représenter la Suisse aux Olympiades internationales de mathématiques (du 11 au 22 juillet) à Bath, en Grande-Bretagne. Une autre équipe se rend aux Middle European Mathematical Olympiad en République tchèque. Le vainqueur Raphael Angst se réjouit déjà: «Même si j'étais déjà dans l'équipe internationale l'an dernier, je devrais tout de même m'appliquer à l'examen.» S'il franchit ce dernier obstacle, Raphael devra faire travailler ses méninges pour remporter des médailles. 600 jeunes issus de plus de 100 pays seront au rendez-vous.

Impressions



Les Olympiades en classe

Dès l'automne 2019, vos élèves pourront s'inscrire au concours. Plus d'informations sur imosuisse.ch.



Colloque annuel de la CRM

MATHÉMATIQUES ET SOCIÉTÉ

Dates	du 17 au 20 septembre 2019
Lieu	Centre paroissial et culturel, Champéry
Renseignements	http://www.vsmf.ch/crm/accueil/
Inscription	Cours numéro 17.29.20 publié par le ZEM CES sur www.webpalette.ch

Le colloque annuel de la CRM sera consacré cette année aux liens entre mathématiques et société. Les intervenants seront **Paul Jolissaint** (Université de Neuchâtel), **Valerio Vassallo** (Université de Lille 1), **Shaula Fiorelli-Vilmart** (Université de Genève), **Pierre-Alain Chérix** (Université de Genève), **François Fleuret** (EPFL), **Akimou Ossé** (Quantplus), **David Ginsbourger** (EPFL), **Jérôme Gavin** (Collège Voltaire de Genève) et **Alain Schärli** (Université de Lausanne).

Les mathématiques souffrent parfois d'une image négative auprès de la population et des élèves et étudiants en particulier. Le paradoxe est que les mathématiques n'ont jamais été autant présentes qu'aujourd'hui dans notre société mais elles sont de plus en plus invisibles, encapsulées dans des boîtes noires de technologies avancées. Il en résulte que leur impact sur la société est souterrain, le citoyen du 21ème siècle ne peut percevoir facilement leur utilité dans sa vie quotidienne. Le but de ce séminaire est de présenter différentes applications actuelles des mathématiques afin de mieux pouvoir expliquer l'importance de cette discipline à nos élèves...

Parmi les thèmes traités : modélisation du hasard et reconstruction de fonctions, applications de la théorie des graphes, mathématiques utilisées lors d'un achat sur internet, intelligence artificielle et apprentissage à large échelle, et une invitation à admirer les mathématiques comme on admire une œuvre d'art.

Programme	http://www.vsmf.ch/crm/accueil/
Public cible	Professeur-e-s de mathématiques du secondaire II
Prix du cours	CHF 350.-
Délai d'inscription	30 juin 2019
Lieu du cours	Centre paroissial et culturel, Champéry

Chaque participant-e est responsable de sa réservation à l'hôtel.

Prix du logement (avec petit-déjeuner et taxe de séjour)

Hôtel Suisse	CHF : 113.- /personne /jour en chambre individuelle
	CHF : 93.- /personne /jour en chambre double
Centre Palladium	CHF : 88.- /personne /jour en chambre individuelle
	CHF : 68.- /personne /jour en chambre double
	CHF : 63.- /personne /jour en chambre triple
	CHF : 53.- /personne /jour en chambre quadruple
Repas	CHF : 20.- /personne /repas de midi au Café du centre

Organisateurs : Christophe Bolle, Damien Dobler et Jean-Marie Urfer

Impressum

Herausgeber — *Éditeur*

VSMP — SSPMP — SSIMF

Korrespondenz — *Correspondance*

Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
 Werner-Kälinstrasse 1 Tel. 041 210 25 58
 8840 Einsiedeln

Layout — *Mise en page*

Samuel Byland samuel.byland@vsmp.ch
 Weinbergstrasse 48b Tel. 079 728 63 97
 5000 Aarau

Inserateverwaltung — *Publicité*

Stefan Walser stefan.walser@alumni.ethz.ch
 Weinbergstrasse 3 Tel. 032 512 01 28
 8807 Freienbach

Bestimmungen für Inserate und Beilagen

— *Tarifs pour les annonces et les annexes*

Inserate:

ganzseitig Fr. 500.–
 halbseitig Fr. 300.–

Beilagen:

bis 20 g Fr. 500.–
 über 20 g nach Vereinbarung

Adressänderungen — *Changement d'adresse*

VSMP Mitglieder — Membres de la SSPMP:
 VSG – SSPES – SSISS
 Sekretariat (Frau Doris Lazzeri)
 Monbijoustrasse 36
 3011 Bern
 Tel. 031 382 52 33
 information@vsg-sspes.ch

übrige Abonnenten — autres abonnés:

Franz Meier franz.e.meier@bluewin.ch
 Werner-Kälinstrasse 1 Tel. 041 210 25 58
 8840 Einsiedeln

Auflage — *Tirage*

800 Exemplare
 erscheint dreimal jährlich

Präsident VSMP — SSPMP — SSIMF

Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
 Via Domenico Galli 44
 6600 Locarno-Solduno Tel. 091 751 14 47

Deutschscheizerische Mathematikkommission

Josef Züger j.zueger@sunrise.ch
 Via Salens Tel. 081 641 10 94
 7402 Bonaduz

Deutschscheizerische Physikkommission

Christian Stulz christian.stulz@gymburgdorf.ch
 Gymnasium Burgdorf Tel. 031 638 03 03
 Pestalozzistrasse 17
 3400 Burgdorf

Commission Romande de Mathématique

Tatiana Mantuano tatiana.mantuano@gfbienne.ch
 Rue Louis-de-Meuron 4 Tél. 032 544 47 53
 2074 Marin-Epagnier

Commission Romande de Physique

Stéphane Davet davet.stephane@lyca.eduvs.ch
 Av. Plantaud 28B Tél. 024 471 21 83
 1870 Monthey

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana

Luca Rovelli lucarovelli@ticino.com
 Via Pedmunt 10 Tel. 091 825 76 69
 6513 Monte Carasso

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)

— *Délais de rédaction (de parution)*

Nr. 141 31.07.2019 (Ende September)
 Nr. 142 30.11.2019 (Ende Januar)
 Nr. 143 31.03.2020 (Ende Mai)

Druck und Versand — *Imprimerie*

Niedermann Druck AG
 Letzistrasse 37
 9015 St. Gallen
 www.niedermanndruck.ch

Internet-Adressen — *Adresses Internet*

www.vsmf.ch — www.sspmp.ch — www.ssimf.ch