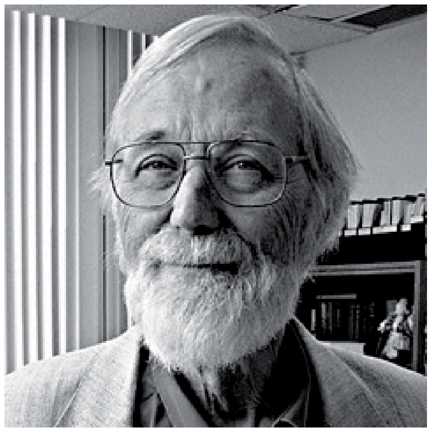
John Milnor erhält den Abelpreis

Markus Kriener, Wettingen

12. August 2011

Es gibt keinen Nobelpreis für Mathematik[1], auch wenn viele Mathematiker Nobelpreise erhalten haben – häufig für Physik, gelegentlich für Wirtschaft[2], einmal sogar für Literatur[3]. Dabei wollte Oscar II von Schweden und Norwegen schon 1902 so etwas wie einen Mathematik-Nobelpreis ins Leben rufen, nur ein Jahr nach der ersten Verleihung eines Nobelpreises in Stockholm. Die Pläne liess man allerdings fallen, nachdem die Union der beiden Staaten 1905 aufgelöst worden war. Fast ein Jahrhundert später wurde dann doch noch etwas daraus. Anlässlich des 200. Geburtstages von Niels Henrik Abel (1802 – 1829) richtete die norwegische Regierung eine Stiftung zur Verleihung des Abelpreises ein. Er ist mit 6 Millionen norwegischen Kronen (etwa 900′000 Franken) dotiert und wird jeweils im Mai im Beisein des norwegischen Königs verliehen.

Preisträger des Jahres 2011 ist John Milnor (Institute for Mathematical Sciences, Stony Brook University, New York) für *bahnbrechende Entdeckungen in der Topologie, Geometrie und Algebra*.



Damit ist Milnor jetzt Träger der drei prestigeträchtigsten Mathematikpreise[4]: Die Fieldsmedaille erhielt er schon 1962 und den Wolfpreis 1989.

Einem breiteren mathematischen Publikum ist Milnor durch seine wunderbar luziden Bücher zur Differentialtopologie bekannt – seine Darstellung der Morsetheorie ist schon seit über 40 Jahren eines der wichtigsten (und lesbarsten) Bücher zum Thema[5].

John Willard Milnor begann seine Karriere schon als Student mit wehenden Fahnen, er wurde 1953 mit 22 Jahren und noch vor Abschluss seines Doktorates, in die Fakultät von Princeton berufen. Die neugegründete Universität von Princeton hatte nach dem Krieg Göttingen als Zentrum der mathematischen Welt abgelöst[6]. Anders als im altehrwürdigen Harvard stand hier das noch relativ junge Gebiet der Topologie im Zentrum.

[1] Die 1936 zum ersten mal verliehene Fieldsmedaille hat ausserhalb der Mathematikerwelt nie das Prestige eines Nobelpreises gehabt - zudem ist sie mit einer Altersbeschränkung versehen, wird nur alle vier Jahr verliehen und ist mit \$15′000 weit geringer dotiert als ein Nobelpreis.

[2] Zum Beispiel John Nash im Jahre 1994. Seine Filmbiographie *A Beautiful Mind* aus dem Jahre 2001 mit Russell Crowe erhielt vier Oscars, darunter den für den besten Film.

[4] Er ist ausserdem bis dato der einzige, an den alle drei Steele-Preise der AMS verliehen worden sind. Die *American Mathematical Society* verlieh ihm den Steele-Preis für grundlegende Forschungsbeiträge 1982, den für mathematische Exposition 2004 und den für sein Lebenswerk erst dieses Jahr.

[5] Ein Kommentator bei Amazon bewertet *Topology from the Differentiable Viewpoint* lakonisch als "best math book ever written".

[6] Eine lesenswerte Schilderung des "Geists von Princeton" findet man in *Sylvia Nasar: A Beautiful Mind*, einer Biogra-

Zwei von Milnors Arbeiten sollen hier kurz vorgestellt werden.

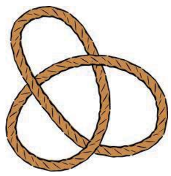
Der Satz von Fáry-Milnor

In seinem ersten Studienjahr, in einer Differentialgeometrievorlesung bei Albert Tucker, hörte Milnor von einer unbewiesenen Vermutung des polnischen Topologen Karol Borsuk, nach der jeder nichttriviale Knoten im Raum eine totale Krümmung grösser als 4π hat.

Hier ist ein Plausibilitätsargument für dieses Resultat: Man erhält die totale Krümmung, indem man in jedem Punkt der Kurve den Kehrwert des Krümmungskreises als Krümmung definiert und diese lokalen Krümmungen aufaddiert. Zum Beispiel hat ein Kreis vom Radius r (also ein sehr trivialer Knoten) in jedem Punkt einen Kreis vom Radius r als Krümmungskreis, also in jedem Punkt die Krümmung $1/r$. Da der Kreis den Umfang $2\pi r$ hat, liefert ein Aufintegrieren der lokalen Krümmungen die totale Krümmung

$$K = 2\pi r \cdot \frac{1}{r} = 2\pi$$

Man kann zeigen, dass jede konvexe Kurve in der Ebene die totale Krümmung 2π hat (ist der Krümmungskreis ausserhalb der Kurve, zählt die Krümmung negativ). Durchläuft man den Kreis zweimal, so hat dieser "Knoten" die totale Krümmung 4π.



Ein nichttrivialer Knoten wie zum Beispiel der Kleeblattknoten hat sicher mindestens die totale Krümmung 4π, denn wenn man ihn sich in eine Ebene projeziert denkt, macht sie zwei Umdrehungen (wie der zweimal durchfahrene Kreis). Weil sie sich bei den Überkreuzungen aus der Ebene herausheben muss, ist dort ein kleines bisschen "Extrakrümmung", also ist die totale Krümmung etwas grösser als 4π.

Man erzählt sich, dass Milnor die Vermutung als Hausaufgabe missverstanden hatte, jedenfalls klopfte er einige Tage später an Tuckers Tür und bat ihn, sich seinen Beweis durchzuschauen. Sicher sei irgendwo ein Fehler, er könne ihn aber nicht finden. Tucker fand auch keinen Fehler, genausowenig seine Kollegen Ralph Fox (er wurde Milnors Doktorvater) und Shiing-Sen Chern. Tucker ermutigte Milnor, den Beweis bei den *Annals of Mathematics* als Notiz einzureichen, und dort wurde der Artikel zwei Jahre später, im Jahr 1950, publiziert. Milnor hatte den Beweis im Alter von 18 Jahren gefunden, unabhängig von ihm wurde die Vermutung praktisch zeitgleich auch von dem ungarischen Mathematiker István Fáry bewiesen.

Exotische Sphären

Nur selten eröffnet eine einzelne Entdeckung ein ganz neues Gebiet der Mathematik. Dies war der Fall bei Milnors Nachweis exotischer differenzierbarer Strukturen[7] auf der 7-Sphäre. Das Erscheinen seines Artikels im Jahre 1956 in den *Annals of Mathematics* wird von vielen als die Geburtsstunde der Differentialtopologie bezeichnet. Das Resultat mutet auf den ersten Blick esoterisch an – tatsächlich ist es tiefliegend und weitverzweigt in algebraischer Geometrie und Zahlentheorie. Die folgende Tabelle zum Beispiel spiegelt die Arbeit einer Vielzahl von Mathematikern in den nachfolgenden Jahrzehnten wieder. Sie gibt die Anzahl nichtdiffeomorpher differenzierbarer Strukturen auf den Sphären der Dimensionen $n = 1$ bis 20 an:

Dimension n	Anzahl Strukturen
1	1
2	1
3	1
4	?
5	1
6	1
7	28
8	2
9	8
10	6
11	992
12	1
13	3
14	2
15	16256
16	2
17	16
18	16
19	523264
20	24

Für wen Räume höherer Dimensionen ein gleichförmiges Einerlei gewesen sein sollten, wird hier eines Besseren belehrt. Es scheint fast, als hätten die verschiedenen Dimensionen ihre eigene Individualität[8].

[7] Für eine allgemeinverständliche Erläuterung dieser Begriffe sei auf den Artikel von Timothy Gowers auf der Website des Abelpreises verwiesen: www.abelprisen.no/en/prisvinnere/2011. Dort findet man auch kurze und nichttechnisch gehaltene Übersichtsartikel zu den weiteren Arbeiten Milnors.

[8] Das Fragezeichen in Dimension 4 bedeutet, dass die Antwort nicht bekannt ist - die Frage, ob je zwei differenzierbare Strukturen auf der 4-Sphäre äquivalent sind, wird als glatte Poincaré-Vermutung bezeichnet. In allen anderen Dimensionen ist die Anzahl der differenzierbaren Strukturen bekannt.