

Wie rechnet man mit dem Proportionalwinkel?

Herbert Bruderer, ETH Zürich (i.R.), herbert.bruderer@bluewin.ch

Man kann sich heute kaum mehr vorstellen, wie mühsam das Rechnen Jahrtausende lang war. Mit dem einst weit verbreiteten, heute längst vergessenen analogen Proportionalwinkel waren dank zahlreicher Skalen vielfältige Berechnungen möglich. Die Handhabung soll hier am Beispiel der Multiplikation und der Division beschrieben werden.

1 Erfindung im 16. Jahrhundert

Der Proportionalwinkel (etwas irreführend auch Proportionalzirkel genannt) und der verwandte Reduktionszirkel wurden in der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts entwickelt. Es gibt mehrere Erfinder, sie stammen meist aus Italien. Galileo Galilei verbesserte den Proportionalwinkel, Jost Bürgi den Reduktionszirkel. Der Proportionalwinkel war bis Ende des 19. Jahrhunderts in Gebrauch, der Reduktionszirkel bis in die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts, z.T. gar bis heute. Die beiden mathematischen Werkzeuge waren weit verbreitet.

2 Was ist ein Proportionalwinkel?

Der Proportionalwinkel besteht aus zwei Schenkeln, die über ein Scharnier miteinander verbunden sind (vgl. Abb. 1). Auf den beiden Schenkeln waren beispielsweise lineare, trigonometrische und logarithmische Skalen aufgetragen. Es gab Skalen für Kreise, Flächen (Quadratzahlen) und Rauminhalt (Kubikzahlen). Sie tragen lateinische, englische oder französische Bezeichnungen, z.B. *linea arithmetica* (lineare Skala), *linea geometrica* (Quadratwurzelskala), *linea stereometrica* (Kubikwurzelskala), *linea astronomica* oder *linea chordarum* (Gradskala, trigonometrische Skala). Es gab italienische, französische und englische Modelle. Fürs Rechnen ist ein Stechzirkel erforderlich. Damit werden Strecken abgegriffen.



Abb. 1: Proportionalwinkel (Gerät). Proportionalwinkel haben im Unterschied zum Reduktionszirkel ein festes, nicht verschiebbares Scharnier (© ETH-Bibliothek Zürich, Sammlung Sternwarte).

Für die vier Grundrechenarten werden jeweils die *linearen* Skalen der beiden Schenkel verwendet. Sie umfassen 200 gleiche Teile (französisch „parties égales“, englisch „lines“). Andere Skalen sind etwa mit „plans“ (ebene Figuren), „poligones“ (Vielecke), „cordes“ (Sehnen: Winkel), „solides“ (geometrische Körper, z.B. Würfel, Kugel) beschriftet. Mit Proportionalwinkeln werden ähnliche Dreiecke gebildet.

Mit dem Stechzirkel greift man eine *gegebene Strecke* auf einer der beiden linearen Skalen (ab dem Nullpunkt) ab. Mit diesem „Mass“ legt man die Entfernung zwischen zwei *gleichen* Zahlenwerten auf beiden linearen

Skalen fest. Mit dem Stechzirkel misst man den *Abstand* zwischen zwei *gleichen* Markierungen (z.B. jeweils Zahl 80) der beiden linearen Skalen. Man überträgt diese Strecke auf einen der beiden Schenkel und liest dort das Ergebnis ab.

Die *Addition* und die *Subtraktion* laufen wie auf einem gewöhnlichen (linearen) Massstab ab. Dazu benötigt man eine oder ggf. beide linearen Skalen, d.h. die *Strahlenabschnitte*. Bei der Addition werden zwei Strecken zusammengefügt, bei der Subtraktion wird eine Strecke von der anderen abgezogen.

Mit Digitalrechnern wird gezählt, mit Analogrechnern gemessen. Da mit dem Proportionalwinkel Strecken gemessen werden, handelt es sich um ein analoges Gerät.

Für die *Multiplikation* und die *Division* werden sowohl die linearen Skalen wie auch die *Abstände* zwischen den Schenkeln benutzt, also die *Strahlen-* und die *Parallelenabschnitte* (Strahlensätze).

3 Wie multipliziert man mit einem Proportionalwinkel?

Beispiel: $7 \cdot 3 = ?$ (vgl. Abb. 2)

- Greifen Sie auf einer der beiden linearen Skalen mit dem *Stechzirkel* den Wert 7 (Multiplikand) ab.
- Öffnen Sie die beiden Schenkel des Proportionalwinkels so weit, dass der Stechzirkel genau zwischen die Werte 10 der beiden linearen Skalen passt (Wert 10 = geeignete, frei wählbare Zahl): Strecke AB (7).
- Messen Sie mit dem Stechzirkel die Entfernung zwischen den beiden Werten 30 der linearen Skalen (Wert $30 = 3 \cdot 10$; 3 = Multiplikator): Strecke CD (21).
- Übertragen Sie diesen Abstand mit dem Stechzirkel (ab dem Nullpunkt) auf eine der beiden linearen Skalen.
- Lesen Sie das Ergebnis (21) ab.

$$SA : SC = AB : CD$$

$$10 : 30 = 7 : x$$

$$x = (7 \cdot 30) / 10 = 21$$

$$10 : 30 = 7 : 21$$

Ergebnis: 21

$$SA : SC = AB : x$$

$$x = (AB \cdot SC) / SA$$

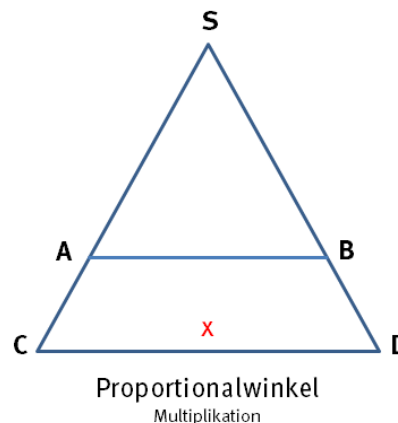


Abb. 2: Proportionalwinkel (Multiplikation). Dank der Strahlensätze kann man auf dem Proportionalzirkel multiplizieren. Die gesuchte Grösse x (Produkt) entspricht der Strecke CD (© Bruderer Informatik, CH-9401 Rorschach).

4 Wie dividiert man mit einem Proportionalwinkel?

Beispiel: $21 : 3 = ?$ (vgl. Abb. 3)

- Greifen Sie auf einer der beiden linearen Skalen mit dem *Stechzirkel* den Wert 21 (Dividend) ab.
- Öffnen Sie die beiden Schenkel des Proportionalwinkels so weit, dass der Stechzirkel genau zwischen die Werte 30 der beiden linearen Skalen passt (Wert 30 = geeignete, frei wählbare Zahl): Strecke CD (21).
- Messen Sie mit dem Stechzirkel die Entfernung zwischen den beiden Werten 10 der linearen Skalen (Wert $10 = 30/3$; 3 = Divisor): Strecke AB (7).
- Übertragen Sie diesen Abstand mit dem Stechzirkel (ab dem Nullpunkt) auf eine der beiden linearen Skalen.

5. Lesen Sie das Ergebnis (7) ab.

$$SC : SA = CD : AB$$

$$30 : 10 = 21 : x$$

$$x = (21 \cdot 10) / 30 = 7$$

$$30 : 10 = 21 : 7$$

Ergebnis: 7

$$SC : SA = CD : x$$

$$x = (CD \cdot SA) / SC$$

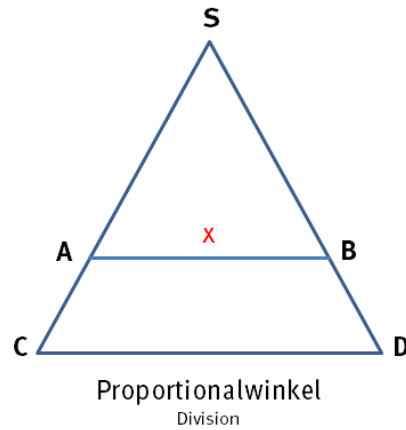


Abb. 3 Proportionalwinkeln (Division). Dank der Strahlensätze kann man auf dem Proportionalzirkel dividieren. Die gesuchte Grösse x (Quotient) entspricht der Strecke AB (© Bruderer Informatik, CH-9401 Rorschach).

5 Eigenbau

Man kann einfache Proportionalwinkeln (vgl. Abb. 4) und Reduktionszirkeln (vgl. Abb. 5) auch selber anfertigen.



Abb. 4: Proportionalwinkeln. Mit einem Proportionalwinkeln (mit linearen Skalen auf beiden Schenkeln) und einem Stechzirkeln kann man alle vier Grundrechenarten durchführen. Werden diese Instrumente beispielsweise mit logarithmischen oder trigonometrischen Skalen ausgestattet, sind viele weitere Berechnungen möglich.

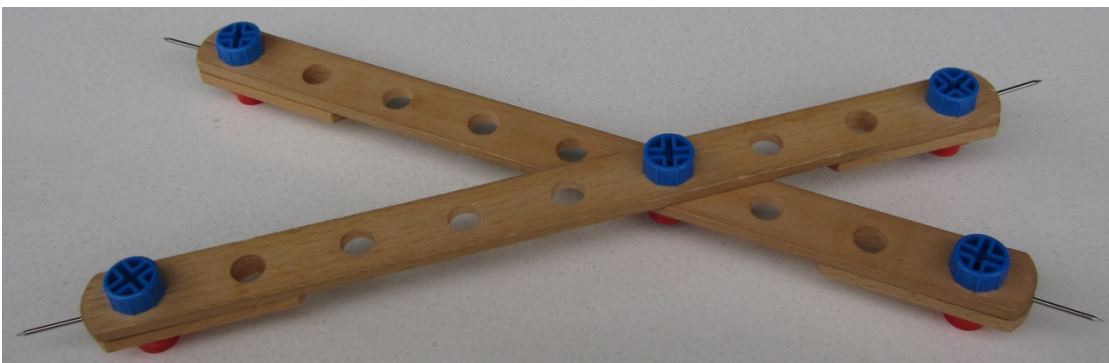


Abb. 5: Reduktionszirkeln. Reduktionszirkeln funktionieren ähnlich wie die Proportionalwinkeln. Die Zirkelspitzen sind bereits in die Schenkel eingebaut. Man kann Strecken beispielsweise im vorgegebenen Verhältnis verkleinern (reduzieren). Es ist zweckmässig, wenn sich der Drehpunkt frei verschieben lässt.

6 Schluss

Das Rechnen fällt vielen Menschen schwer. Deshalb wurde seit Jahrtausenden versucht, diese Arbeit mit technischen Hilfsmitteln zu erleichtern. Der Weg vom Fingerrechnen über den (digitalen) Abakus, den (analogen) Proportionalwinkel, den (analogen) Rechenschieber und die (digitalen) mechanischen Rechenmaschinen bis zum heutigen Elektronenrechner war jedoch lang und steinig.

7 Quellen

Ausführliche Angaben zum Proportionalwinkel und zum Reduktionszirkel sowie Gebrauchsanleitungen finden Sie im folgenden Werk (vgl. Abb. 6):

Bruderer, Herbert: Meilensteine der Rechentechnik, De Gruyter Oldenbourg, Berlin/Boston, 3. Auflage 2020, Band 1, 970 Seiten, 577 Abbildungen, 114 Tabellen, <https://www.degruyter.com/view/title/567028?rskey=xoRERF&result=7>

Bruderer, Herbert: Meilensteine der Rechentechnik, De Gruyter Oldenbourg, Berlin/Boston, 3. Auflage 2020, Band 2, 1055 Seiten, 138 Abbildungen, 37 Tabellen, <https://www.degruyter.com/view/title/567221?rskey=A8Y4Gb&result=4>

Bruderer, Herbert: Milestones in Analog and Digital Computing, Springer Nature Switzerland AG, Cham, 3rd edition 2020, 2 volumes, 2113 pages, 715 illustrations, 151 tables, <https://www.springer.com/de/book/9783030409739>

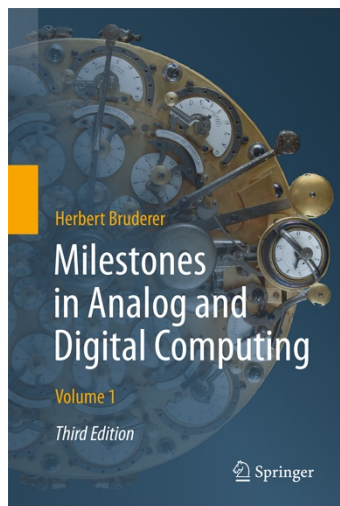


Abb. 6: Meilensteine der Rechentechnik/Milestones in Analog and Digital Computing: Titelbilder des ersten Bands (© De Gruyter Oldenbourg/Springer Nature 2020)